

Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка

фізико-математичний факультет
кафедра математики та методики її викладання

Дипломна робота

з методики викладання математики

на тему: Передпрофільний елективний курс з алгебри в 9 класі
"Функції, їх властивості та графіки "

Студентки V курсу, групи М-52

спеціальності 7.04020101 Математика

Осадци Інни Михайлівни

Керівник: асистент кафедри математики та
методики її викладання

Русіна Людмила Володимирівна

Рецензент: методист з математики

Тернопільського ОКІППО Іванюк Т.Г.

Національна шкала _____

Кількість балів: _____ Оцінка: ECTS _____

Тернопіль - 2013 року

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1	5
ЕЛЕКТИВНІ КУРСИ В ПРОФІЛЬНОМУ НАВЧАННІ.....	5
1.1. Типи курсів профільного навчання	6
1.2. Види елективних курсів.....	7
1.3. Цілі, завдання та функції елективних курсів	9
1.4. Підходи до створення елективних курсів	10
1.5. Вимоги до оформлення програми елективного курсу	12
1.6. Інваріантні умови організації та ведення елективних курсів.....	13
1.7. Форми і методи навчання	15
1.8. Навчально-методичний комплекс.....	17
РОЗДІЛ 2.....	19
МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ І ЇХ ГРАФІКІВ НА ЕЛЕКТИВНОЇ КУРСІ З АЛГЕБРИ У 9 КЛАСІ	19
2.1. Елективний курс «Функції, їх властивості та графіки».....	19
2.2. Методика елективного курсу "Функції, їх властивості та графіки"	26
ВИСНОВКИ.....	65
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	67

ВСТУП

Відповідно до концепції модернізації української освіти, на вищому щаблі загальноосвітньої школи введено профільне навчання, що потребує створення системи спеціалізованої підготовки (профільного навчання) у старших класах, орієнтованої на індивідуалізацію навчання і соціалізацію учнів, у тому числі з урахуванням реальних потреб ринку праці, відпрацювання гнучкої системи профілів і кооперації старшої школи з установами початкової, середньої та вищої професійної освіти.

Процес реалізації профільного навчання визначається наступними основними цілями:

- забезпечити поглиблене вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти;
- створити умови для істотної диференціації змісту навчання старшокласників з широкими і гнучкими можливостями побудови школярами індивідуальних освітніх програм;
- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти різним категоріям учнів відповідно до їх здібностей, індивідуальними схильностями і потребами;
- розширити можливості соціалізації учнів, забезпечити наступність між загальною і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускників школи до освоєння програм вищої професійної освіти;
- створити умови для навчання старшокласників відповідно до їх професійних інтересів та намірів щодо продовження освіти.

Здійснення усвідомленого вибору профілю навчання учнями повинно забезпечуватися спеціально організованою передпрофільною підготовкою в дев'ятих класах основної школи. Метою передпрофільної підготовки є створення освітнього простору, що сприяє самовизначенню учнів дев'ятих класів, обґрунтованого вибору ними подальшого шляху навчання.

Суттєвим моментом в організації передпрофільного і профільного навчання є розробка і реалізація елективних курсів. Курси за вибором (курси за вибором, обов'язкові для відвідування учнями) є найважливішим засобом побудови індивідуальних освітніх програм, так як найбільшою мірою пов'язані з вибором кожним школярем змісту освіти в залежності від його інтересів, здібностей, наступних життєвих планів. Оскільки створення елективних курсів - найважливіша частина забезпечення введення профільного навчання, то у зв'язку з цим виникає *проблема* розробки елективних курсів, які відповідають певним вимогам.

З урахуванням вищевикладеного для дослідження була обрана тема: Передпрофільний елективний курс з алгебри в 9 класі "Функції, їх властивості та графіки". Поняття функціональної залежності є одним з центральних в математиці, пронизує всі її застосування. Матеріал, пов'язаний з цим питанням на базі основної школи, вивчається недостатньо повно, багато важливих моментів не входять в програму, тому можуть бути вивчені в елективному курсі «Функції, їх властивості та графіки».

Мета дослідження полягає у вивченні вимог щодо створення елективних курсів, розробці елективного курсу «Функції, їх властивості та графіки» для дев'ятого класу та методичних рекомендацій щодо його проведення.

У відповідності з цілями дослідження були сформульовані наступні **завдання дослідження**:

- вивчити нормативну, педагогічну та методичну літературу з метою виділення вимог до розробки елективних курсів;
- розробити елективний курс «Функції, їх властивості та графіки» з алгебри для 9-го класу;
- розробити методичні рекомендації щодо проведення даного елективного курсу.

Дипломна робота складається з вступу, двох розділів, висновків, переліку використаних джерел. Обсяг роботи становить-

РОЗДІЛ 1

ЕЛЕКТИВНІ КУРСИ В ПРОФІЛЬНОМУ НАВЧАННІ

Елективні курси (курси за вибором) - новий елемент навчального процесу, що доповнює зміст профілю і дозволяє задовольняти різноманітні пізнавальні інтереси школярів. Навідміну від факультативних курсів, що існували в школі, елективні курси - обов'язкові для старшокласників. Курси за вибором можуть стосуватися будь-якої тематики, яка лежить в межах загальноосвітньої програми, так і поза нею.

Курси за вибором - це новітній механізм актуалізації та індивідуалізації процесу навчання. З добре розробленою системою елективних курсів кожен учень може отримати освіту з певним бажаним нахилом в ту чи іншу галузь знань.

Елективні курси проводяться для порівняно невеликого числа учнів, при цьому рівень навчальних досягнень учнів дуже різний, тому важливою особливістю елективних курсів є їхня орієнтація на різні групи учнів. Учнів майбутньої профільної школи з точки зору математики можна класифікувати наступним чином:

- першу, дуже нечисленну групу учнів складають математичні вундеркінди, переможці олімпіад високого рівня. Такі учні опановують шкільною програмою «граючись». Для них взагалі немає проблеми «подолання» випускного іспиту, їм цікаво вивчати те, «що в школі ніхто не вивчає»;
- другу групу складають учні, які протягом всіх попередніх років постійно і з захопленням вивчали математику, брали участь в олімпіадах, займалися в гуртках;
- третю групу складають учні, які добре займаються з математики протягом попередніх років навчання в силу вродженої старанності. У таких учнів головним чином розвинена техніка, а не свобода математичного мислення;

- до четвертої групи віднесемо учнів, яким легко давалася математика, у них розвинена інтуїція «від природи», вони швидко відчують, що хоче від них учитель. Таких учнів стомлюють, дратують громіздкі обчислення, лякають складні завдання, вони не засиджуються над вивченням теорії, не уважно слухають відповіді своїх товаришів і пояснення вчителя, особливо якщо відчують, що тут не можна швидко отримати п'ятірку;
- п'яту групу складають учні, які були сильними в дуже слабких класах. Під час відповідей інших учнів вони, як правило, розмовляють з товаришами, спостерігають за сторонніми речами, що відбуваються в класі або за вікном. Їм властива завищена самооцінка. На перших порах вони і пояснення вчителя слухають уривками, їм здається все ясним, здається, що основні ідеї вони підхопили на льоту, а все інше вже слухати не треба;
- шоста група школярів складається з підлітків, які прийшли в профільний клас як в ще одну секцію, гурток. Просто в цей клас йшло багато учнів, і вони прийшли туди «за компанію». Математика їх не цікавить, поступово вони можуть почати не встигати, що стає серйозною проблемою;
- сьому групу учнів профільних класів можуть скласти слабкі або «вимуштрувані на вступ» учні, нездатні освоїти профільну програму з математики взагалі.

Питання вивчення елективного курсу такими учнями вирішується індивідуально в кожному окремому випадку.

1.1. Типи курсів профільного навчання

Відповідно до Концепції профільного навчання, диференціація змісту навчання у старших класах здійснюється на основі різних поєднань курсів трьох типів: базових, профільних, елективних. Кожен з курсів цих трьох типів вносить свій внесок у вирішення завдань профільного навчання.

Базові загальноосвітні курси відображають обов'язкову для всіх школярів інваріативну частину освіти і спрямовані на завершення загальноосвітньої підготовки учнів. У системі профільного навчання вони складають фундамент загальної підготовки учня і включають: математику, історію, українську й іноземні мови, фізичну культуру, а також інтегровані курси суспільствознавства чи природознавства.

Профільні курси забезпечують поглиблене вивчення окремих предметів і орієнтовані, в першу чергу, на підготовку випускників школи до подальшого професійного навчання.

Курси за вибором пов'язані, перш за все, із задоволенням індивідуальних освітніх інтересів, потреб і схильностей кожного школяра. Саме вони по суті і є найважливішим засобом побудови індивідуальних освітніх програм, так як найбільшою мірою пов'язані з вибором кожним школярем змісту освіти - в залежності від його інтересів, здібностей, наступних життєвих планів. Курси за вибором «компенсують» багато в чому досить обмежені можливості базових та профільних курсів у задоволенні різноманітних освітніх потреб старшокласників .

1.2.Види елективних курсів

За призначенням можна виділити наступні види елективних курсів.

І.Предметні курси спрямовані на поглиблення і розширення знань з предметів, які входять до базового навчального плану школи.

Предметні елективні курси діляться на кілька груп:

- 1) елективні курси підвищеного рівня, спрямовані на поглиблення того чи іншого навчального предмета, що мають як тематичне, так і тимчасове узгодження з цим навчальним предметом. Вибір такого елективного курсу дозволить вивчити обраний предмет не на профільному, а на поглибленому рівні;
- 2) елективні курси, в яких поглиблено вивчаються окремі розділи основного курсу, що входять до обов'язкової програми предмета;

- 3) елективні курси, в яких поглиблено вивчаються окремі розділи основного курсу, що не входять до обов'язкової програми предмета;
- 4) прикладні елективні курси. Мета цих курсів - знайомство учнів з найважливішими шляхами і методами застосування знань на практиці, розвиток інтересу учнів до сучасної техніки і виробництва;
- 5) елективні курси, присвячені вивченню методів пізнання природи;
- 6) елективні курси, присвячені історії предмета, якій входить в навчальний план школи (історія математики, фізики, біології, хімії), так і не входить до нього (історія астрономії, техніки, релігії та ін);
- 7) елективні курси, присвячені вивченню методів розв'язання задач (математичних, фізичних, хімічних, біологічних і т.д.), складання і розв'язання задач на основі фізичного, хімічного, біологічного експерименту.

У процесі реалізації предметних елективних курсів вирішуються такі завдання:

- реалізація учнем інтересу до обраного предмету;
- уточнення готовності і здатності освоювати предмет на підвищеному рівні;
- створення умов для підготовки до іспитів за вибором.

II. *Міжпредметні елективні курси* забезпечують міжпредметні зв'язки і дають можливість вивчати суміжні навчальні предмети на профільному рівні. Вони знайомлять школярів з комплексними проблемами та завданнями, які вимагають синтезу знань і способами їх розробки в різних професійних сферах. Мета - інтеграція знань учнів про природу і суспільство.

Завданнями даних курсів є:

- створення бази для орієнтації учнів у світі сучасних професій;
- ознайомлення на практиці зі специфікою типових видів діяльності, відповідних найбільш поширеним професіям;
- підтримка мотивації учня до того чи іншого профілю.

III. Курси за вибором з предметів, що не входять до базового навчального плану.

1.3. Цілі, завдання та функції елективних курсів

Мета вивчення елективних курсів як складової передпрофільної підготовки полягає:

- у наданні учням психолого-педагогічної підтримки у виборі профілю навчання, на пряму подальшої освіти та можливого працевлаштування;
- у створенні умов для підготовки підлітків до соціального, професійного і культурного самовизначення.

У відповідності з цілями виділяють такі завдання елективних курсів:

- сприяти самовизначенню учня і вибору подальшої професійної діяльності;
- створювати позитивну мотивацію навчання на планованому профілі;
- познайомити учнів з провідними для даного профілю видами діяльності;
- активізувати пізнавальну діяльність школярів;
- підвищити інформаційну та комунікативну компетентність учнів;
- побудова індивідуальної освітньої програми з вибором змісту освіти в залежності від інтересів, наступних життєвих планів.

У відповідності з цілями і завданнями профільного навчання елективні курси виконують різні функції:

- «компенсують» обмежені можливості учнів у задоволенні різноманітних освітніх потреб;
- доповнюють і поглиблюють вивчення базових предметів навчання;
- орієнтують у побудові індивідуальних освітніх траєкторій;
- орієнтують в особливостях майбутньої професійної діяльності.

Функції елективних курсів повинні виконуватися взаємопов'язано, але кожна з функцій може бути провідною.

Курси за вибором вибираються самими учнями, тому вони повинні відповідати їх потребам, цілям навчання і мотивів вибору курсу. До основних мотивів вибору, які слід враховувати при розробці та реалізації елективних курсів відносяться:

- підтримка вивчення базових курсів;
- підготовка до ЗНО з профільних предметів;
- придбання знань і навичок, освоєння способів діяльності для вирішення практичних завдань;
- професійна орієнтація;
- можливості успішної кар'єри, просування на ринку праці;
- інтеграція наявних уявлень в цілісну картину світу.

1.4. Підходи до створення елективних курсів

Виділяють кілька підходів до створення елективних курсів:

1) фундаментальний підхід передбачає розробку змісту курсу в логіці переходу від фундаментальних законів і теорій до приватних закономірностей, спрямованого на поглиблене вивчення предмета, орієнтованого, в першу чергу, на обдарованих дітей у даній предметній області, і безпосередньо пов'язаний з профільними предметами старшої школи. Наприклад, елективний курс «Диференціальні рівняння», тісно пов'язані з фізичними явищами, супроводжує вивчення прикладних задач математичного аналізу у фізико-математичному класі;

2) методологічний підхід передбачає широке використання научних методів пізнання, зокрема проектної технології навчання, організації лабораторно-практичних занять, занять практикумів і т.п. Наприклад, в елективному курсі «Правильні многогранники» передбачається вивчення правильних многогранників, їх виготовлення з підручних засобів, вивчення перерізів многогранників, побудова перерізів;

3) прагматичний підхід передбачає набуття певних знань і умінь, що

забезпечують базовий культурний рівень учнів і широко використовуються в подальшому житті. Наприклад, в елективному курсі «Завдання економічного характеру» можливе вивчення наступних тем: «Відсотки та банківські розрахунки», «Використання функцій та їх графіків в економіці», «Застосування прогресій і початків математичного аналізу при вирішенні завдань економічного характеру»;

4) універсальний підхід кращий для міжпредметних курсів, які розглядають одну проблему, явище, поняття з різних сторін у світлі різних наук. Наприклад, елективний курс «Системи числення» може бути присвячений переведенню чисел з однієї системи числення в іншу і дій над числами в двійковій системі числення. Однойменний елективний курс з інформатики передбачає реалізацію на ЕОМ переведення чисел з однієї системи числення в іншу, частіше в двійкову, як найбільш зручну для представлення інформації в пам'яті комп'ютера, а також реалізацію виконання дій над числами в двійковій системі числення;

5) діяльнісно-ціннісний підхід передбачає знайомство зі способами діяльності, необхідними для успішного освоєння того чи іншого профілю;

6) компетентнісний підхід. Створення елективного курсу, заснованого на такому підході, включає наступну послідовність дій:

- визначення значущих для учнів даного віку проблем;
- виділення необхідних умінь для їх вирішення;
- визначення компетентностей, необхідних для вирішення даного типу завдань;
- відбір необхідного змісту;
- розробка методів навчання;
- розробка системи оцінювання.

Даний підхід актуальний для вибору теми елективного курсу в старших класах.

1.5. Вимоги до оформлення програми елективного курсу

Опис навчальної програми має включати такі елементи:

- титульний лист;
- пояснювальна записка;
- навчально-тематичний план;
- зміст досліджуваного курсу;
- інформаційне забезпечення навчальної програми.

Пояснювальна записка розкриває:

- освітню галузь і предмет вивчення, функції даного навчального курсу;
- новизну, актуальність, педагогічну доцільність досліджуваного курсу;
- тривалість реалізації навчальної програми (тривалість освітнього процесу, етапи);
- загальні риси методичної системи досягнення зазначених цілей, опис засобів їх досягнення (форми і режим занять);
- очікувані результати;
- форми підбиття підсумків реалізації навчальної програми (виставки, навчально-дослідні конференції).

Навчально-тематичний план освітньої програми включає:

- перелік розділів, тем;
- кількість годин по кожній темі з розбивкою на теоретичні і практичні види занять;
- форми занять, плановані по кожній темі (урок, гра, бесіда, дискусія, екскурсія, конкурс);
- форми підбиття підсумків.

Зміст курсу, що вивчається розкривається через:

- короткий опис тем і розділів;
- коротку характеристику форм занять по кожній темі;

- опис методичного забезпечення кожної теми (прийоми та методи організації навчально-виховного процесу, дидактичний матеріал, технічне оснащення занять).

Інформаційне забезпечення освітньої програми включає:

- список літератури;
- перелік інтернет-ресурсів;
- перелік відео-та аудіопродукції (компакт-дисків, відеокасет, аудіокасет).

1.6. Інваріантні умови організації та ведення елективних курсів

При всіх можливих варіантах організації курсів за виборомінваріантними залишаються наступні *умови*:

- курси повинні бути представлені в кількості, що дозволяє учневі здійснити реальний вибір (один з одного - це не вибір);
- курси повинні допомогти учневі оцінити свій потенціал з точки зору освітньої перспективи («Піду на соціально-гуманітарний профіль не тому, що маю трійки з математики, а тому, що маю намір стати юристом або журналістом»);
- курси повинні сприяти створенню позитивної мотивації навчання на планованому профілі, допомогти учням перевірити себе, відповісти на питання: «Чи можу я, чи хочу я вчити це, займатися цим?». Разом з тим, треба пам'ятати, що надмірна перевантаженість курсу новим змістом може не дозволити учневі відповісти на ці центральні питання;
- відбираючи зміст, вчитель (автор програми) повинен відповісти на питання: «Чим буде корисний учневі даний курс для здійснення усвідомленого вибору профілю навчання у старшій школі?»;

- перспективним є використання сучасних освітніх технологій, роль яких буде зростати при профільному навчанні на третій ступені середньої школи (інформаційні, проектні, дистантні і т. п.);
- доцільно залучити до викладання курсів передпрофільної підготовки не тільки вчителів, провідного базового або спорідненого курсу з даного предмета, а й інших педагогів, які працюють у школі або іншому навчальному закладі;
- курси повинні познайомити учня зі специфікою видів діяльності, які будуть для нього провідними, якщо він зробить той чи інший вибір (історик, філолог, фізик, математик і т. д.), тобто вплинути на вибір учнем сфери професійної діяльності, шляхи отримання їм освіти у професійній школі (перш за все, вищої). Вони повинні включати проби за провідними для даного профілю видами діяльності (щоб показати специфіку даного профілю через діяльність - робота з текстами, аналіз джерел, використання правових документів і т. п.);
- курси, по можливості, повинні спиратися на взаємодопомогу, це дозволить виключити «монополію вчителя на інформацію»;
- курси передпрофільної підготовки не повинні дублювати базовий курс, вони повинні підготувати учня не тільки до здачі іспитів, але і до успішного навчання у профільній школі.

Програма курсу за вибором, орієнтованого на передпрофільне підготовку, може бути розрахована максимально на 34-35 навчальних годин (із розрахунку по 2 години на тиждень одного півріччя, щоб за рік учень зміг пройти 2 курси). Можливі й менші модулі (17 годин - по 4 курси за рік).

Зміст курсу за вибором має, з одного боку, відповідати пізнавальним можливостям дев'ятикласників, а з іншого боку, надаючи учневі можливість розширити і поглибити знання на рівні підвищених вимог, розвивати його навчальну мотивацію.

Зміст курсу може представляти собою:

- розширений, поглиблений варіант якогось розділу базового навчального предмета;
- введення в одну із супутніх до даного предмету наук, професій (астрономія, археологія, журналістика і т. д.);
- сукупність фрагментів із різних розділів одного або декількох предметів, якщо курс орієнтований на певний рівень узагальнення (наприклад, «Природознавство») або освоєння певного виду діяльності («Експерименти у фізиці, хімії, біології», «Робота з джерелами інформації»).

Технології, що використовуються в системі курсів за вибором, повинні бути орієнтовані на те, щоб учень отримав таку практику, яка допоможе йому краще оволодіти загальнонавчальними вміннями і навичками, які дозволять йому успішно освоювати програму старшої профільної школи (постановка та демонстрація експерименту, пошук інформації за наявними джерелами, відповіді на запитання у процесі дискусії).

1.7. Форми і методи навчання

Методи і форми навчання на елективних курсах визначаються вимогами профілізації навчання, врахуванням індивідуальних здібностей, розвитком і саморозвитком особистості. У зв'язку з цим можна виділити основні пріоритети методики викладання елективних курсів:

- міждисциплінарна інтеграція, яка сприяє становленню цілісного світогляду;
- навчання через досвід і співробітництво; Інтерактивність (робота в малих групах, імітаційне моделювання, метод проектів);
- особистісно - діяльнісний підхід у навчанні;
- лідерство, засноване на спільній діяльності, спрямоване на досягнення спільної освітньої мети.

У процесі реалізації елективних курсів використовуються різноманітні підходи до форм і методів організації навчання: академічні лекції, семінари, бесіди, дискусії, групові змагання, ігри, індивідуальні консультації, теоретичні практикуми з вирішення завдань, практична і дослідницька робота в групах та індивідуально-дистанційне навчання. При цьому диференційований підхід до навчання учнів здійснюється за рахунок вибору завдань і робіт, які містять різні рівні складності. Провідне місце в навчанні слід відвести методам пошукового та дослідницького характеру, стимулюючим пізнавальну активність учнів. Значною повинна бути частка самостійної роботи з різними джерелами навчальної інформації. Важливо передбачити використання таких методів і форм навчання, які давали б уявлення учням про умови і процеси майбутньої професійної діяльності у відповідності з обраним профілем навчання, тобто в якійсь мірі моделювали б їх. При цьому головна функція вчителя - лідерство, засноване на спільній діяльності, спрямоване на досягнення спільної освітньої мети. Такий підхід дозволяє створити позбавлений духу суперництва, конкуренції, агресивності, довірчий психологічний клімат, в основі якого взаємонавчання, взаємодопомога, співробітництво. З єдиного джерела знань у традиційному навчанні вчитель - перетворюється на «провідника» у світ знань: експерта і консультанта - при вивченні теоретичного матеріалу та виконання самостійних завдань, ведучого - в імітаційній грі і тренінгу, координатора і консультанта - при виконанні навчального проекту. Їх в ході навчання проекти та дослідження можуть поповнити портфолію. Портфолію є одним з механізмів атестації. Портфолію - портфель різних індивідуальних досягнень, що включає колекції робіт (підготовка рефератів, доповідей, створення презентацій) і результатів учня (результати письмових робіт, підсумкової контрольної роботи, усну відповідь на заняттях, самооцінка своїх досягнень).

Контроль з вивчення всього матеріалу може бути здійснений через творче завдання по складанню задач, перевірочні тести або контрольну роботу. Підсумком освоєння програми елективного курсу може також бути констатація

особистих досягнень з освоєння змісту, подання індивідуальної творчої роботи за вибором учнів або створення проектів (подання портфоліо, тобто сукупність самостійно виконаних робіт), як кожним учням, так і групою учнів. При цьому може бути організований круглий стіл у вигляді презентації творчих робіт, проектів та підведення підсумків.

1.8. Навчально-методичний комплекс

Як НМК з елективних курсів може бути використана науково-популярна література, діючі підручники, математичні довідники, збірники задач, а також навчальні посібники з факультативним курсом, навчальні посібники для гурткової роботи, навчальні посібники для вчителів і для учнів.

В якості основних елементів НМК може включати:

- *Програму курсу*: анотацію, місце курсу в освітньому процесі, мету і завдання вивчення курсу, основні компоненти змісту курсу, методи і форми навчання, результати вивчення курсу, форми контролю рівня досягнень учнів та критерії оцінки, тематичний план, додаткові навчальні матеріали;
- *Методичний посібник для вчителя* з рекомендаціями щодо проведення занять, вирішення завдань, організації проміжного і підсумкового контролю знань учнів;
- *Навчальний посібник для учнів*, що включає завдання, завдання і вправи для закріплення знань та відпрацювання практичних навичок, творчі завдання.

Основний зміст курсу може бути представлено як у вигляді традиційного підручника, так і в інших формах (відеокурс, інтерактивна комп'ютерна програма, інтернет ресурси і т. п.). Виклад навчального матеріалу не має орієнтувати вчителя на читання лекцій, тобто його основна функція - надати учневі інформацію для занять у класі (тексти, матеріали для

обговорення, питання для дискусій), самостійної роботи з освоєння курсу, для виконання домашніх завдань, підготовки творчих проєктів. Зміст підручників необхідно опрацювати для самостійної постановки та вирішення проблем. При цьому бажано використовувати проблемний стиль викладу, коли перед учнями спочатку викладається мотивуюча проблема, а потім подаються відомості про шляхи її вирішення, а не відразу готовий результат. Саме рішення при цьому має бути ясно сформульовано і порівнюватися із поставленою раніше проблемою. Важливе значення має довідково-методичний апарат підручника: схеми курсу і його розділів, рубрикація, словник, контрольні, проблемні і творчі питання і завдання, завдання до ілюстрацій, шрифтові виділення (терміни, смислові акценти, приклади, цікаві факти і т. п.) ;

- *Робочий зошит*: основними функціям робочого зошита є не стільки організація відтворення матеріалу підручника, скільки можливість запропонувати учневі стати активним учасником життєвих подій. Робочий зошит – це задачник і практикум, завдання робочого зошита повинні забезпечувати пояснення матеріалу курсу, його осмислення і цілеспрямоване застосування у практичній діяльності;
- *Анотований список літератури* із зазначенням, при вивченні яких тим слід використовувати те чи інше джерело.

Таким чином, у першому розділі були сформульовані типи курсів профільного навчання; види, мету, завдання та функції елективних курсів і виділені вимоги до розробки елективних курсів. З урахуванням викладених вимог перейдемо до розгляду методичних рекомендацій з вивчення функцій та їх графіків в елективному курсі з алгебри у 9 класі.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ І ЇХ ГРАФІКІВ НА ЕЛЕКТИВНОЇ КУРСІ З АЛГЕБРИ У 9 КЛАСІ

2.1. Елективний курс «Функції, їх властивості та графіки»

Пояснювальна записка

Пропонований елективний курс в передпрофільній підготовці учнів 9 класів присвячений одному з основних понять сучасної математики - функціональній залежності. Поняття функціональної залежності, будучи одним з центральних в математиці, пронизує всі її додатки, воно, як жодне інше, привчає сприймати величини в їх живій мінливості, у взаємному зв'язку і зумовленості. Вивчення поведінки функцій і побудова їх графіків є важливим розділом шкільного курсу. Іноді графік є єдино можливим способом задання функції. Він широко використовується в техніці, лежить в основі роботи багатьох самописних автоматичних приладів. Вільне володіння технікою побудови графіків часто допомагає вирішувати складні завдання, а часом є єдиним засобом їх вирішення. Крім того, вміння будувати графіки функцій представляє великий інтерес для самих учнів. Однак на базі основної школи матеріал, пов'язаний з цим питанням, вивчається недостатньо повно, багато важливих моментів не входять в програму і, отже, не вивчаються.

Даний елективний курс спрямований на систематизацію і розширення знань учнів, що сприяє кращому освоєнню базового курсу математики, і служить для внутрішньо профільної диференціації та побудови індивідуального освітнього шляху.

Курс призначений для вивчення в 9-му класі для підготовки учнів до навчання в рамках природно-математичного профілю. На вивчення елективного курсу відводиться 15 аудиторних годин.

Поряд з основним завданням навчання математики - забезпеченням міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь з теми «Функції та графіки», даний курс передбачає формування стійкого інтересу до предмета, виявлення і розвиток математичних здібностей.

Цілі даного елективного курсу:

- розвиток уявлень про ведучий математичний метод пізнання реальної дійсності - зародження і розвиток функцій і графіків функцій;
- створення мотиваційної основи для якісної підготовки учнів до випускних іспитів, до участі в олімпіадах;
- підготовка до свідомого вибору профільного напрямку на старшій ступені навчання;
- прояснити і закріпити шкільний матеріал, пов'язаний з функціями і їх графіками;
- навчити застосовувати теоретичні знання про функції при вирішенні практичних завдань;
- перейти від репродуктивного рівня засвоєння матеріалу до творчого.

Зміст елективного курсу повинен відповідати наступним *вимогам*:

- підтримувати вивчення базового курсу;
- розвивати культуру мислення учнів, вміння систематизувати, узагальнювати, робити висновки;
- прищеплювати вміння і навички практичного застосування знань.

Основними *мотивами* вивчення учнями даного елективного курсу є:

- пізнавальні та освітні інтереси учнів;
- підготовка до випускних і вступних іспитів;
- професійна орієнтація учнів.

Елективний курс «Функції, їх властивості та графіки» є предметним, в ньому поєднується поглиблене вивчення матеріалу як вхідного, так і такого що не входить у навчальну програму. В основі його створення лежить компетентнісний підхід. Вивчення елективного курсу передбачається

проводити в колективній формі. Теоретичний матеріал передбачається викласти у формі лекцій. При проведенні лекції можливі бесіди з учнями, обговорення виникаючих по ходу викладу матеріалу питань. Для організації роботи учнів на практичних заняттях будуть використані індивідуальна, парна та групова форми навчання. З метою розвитку навичок самоосвіти, задоволення індивідуальних інтересів учнів і розвитку самостійності пропонуються завдання на написання рефератів, доповідей, створення презентацій, складання вправ на практичне застосування вивченого матеріалу. Використання таких форм організації занять сприяє реалізації цілей і завдань курсу, тому що формування інтересу та розвиток здібностей можливе тільки при свідомій зацікавленості самих учнів.

У курсі закладена можливість диференційованого навчання, як шляхом використання завдань різного рівня складності, так з урахуванням різного ступеня самостійності освоєння матеріалу. Для практичної частини підбирати завдання з діючих підручників алгебри, а для розвитку мотивації включати завдання з матеріалів випускних та вступних іспитів, отже, елективний курс застосуємо для різних груп школярів, в тому числі таких, які не мають гарної підготовки.

Навчально-методичний комплекс елективного курсу: діючі підручники алгебри, навчальні посібники для учнів, додаткова література по темі «Функції та графіки», навчальні посібники для вчителя, розробки уроків і факультативних занять з даної теми.

Контроль знань учнів з вивчення даного елективного курсу буде здійснюватися за допомогою письмових робіт, що дають можливість встановити ступінь досягнення проміжних результатів і що виявляють збій в проходженні програми в будь-який момент процесу навчання, перевірки домашнього завдання, усних відповідей учнів, підготовки рефератів, складання портфоліо (в якості накопичувальної оцінки). Загальна оцінка з вивчення даного елективного курсу буде виставлена з урахуванням оцінки підсумкової контрольної роботи та змісту портфоліо.

На заключному етапі курсу проводиться конференція з підбиттям підсумків вивчення елективного курсу, розглядом досягнень і оцінюванням учнів.

Для фіксування результатів діяльності учня на занятті можливе використання індивідуальних карток:

<i>П.І</i>	<i>Усна відповідь</i>	<i>Письмове розв'язування завдань на дошці</i>	<i>Підготовка реферату (доповіді)</i>	<i>Виконання домашнього завдання</i>	<i>Самооцінка за роботу на занятті</i>	<i>Підсумкова контрольна робота</i>
<i>Оцінка</i>						

Методичні рекомендації:

- при реалізації даного елективного курсу необхідно підбирати навчальний матеріал, що відповідає рівню підготовки учнів;
- науковий виклад матеріалу;
- підтримання високої навчальної мотивації школярів;
- заохочення активності і самостійності, розширення можливостей навчання та самонавчання;
- використання різноманітних форм організації та методів контролю;
- розвиток навичок рефлексивної та оціночної діяльності учнів;
- орієнтація вивченого теоретичного матеріалу на практичне застосування;
- формування вміння вчитися - ставити цілі, планувати, організовувати власну навчальну діяльність, володіти способами самостійної взаємодії з різними джерелами інформації.

Навчально-тематичний план

Тема	№ заняття	Кількість годин	
		теорія	практика
1. Поняття функції і графіка: · Графік функції; · Способи завдання функції.	1	1	
	2	0,5	0,5
2. Перетворення графіків: · Перенесення вздовж осі ординат; · Перенесення вздовж осі абсцис; · Стиснення (розтягнення) до (від) осі абсцис; · Стиснення (розтягнення) до (від) осі ординат.	3	0,5	0,5
	4	0,5	0,5
	5	0,5	0,5
	6	0,5	0,5
3 Дії над функціями: · Сума (різниця) функцій; · Добуток двох функцій; · Частка двох функцій; · Функції, що містять операцію взяття модуля; · «Кусково-лінійні» функції: $y = \operatorname{sgn} x$, $y = [x]$, $y = \{x\}$.	7	0,5	0,5
	8	0,5	0,5
	9	0,5	0,5
	10	0,5	0,5
	11	0,5	0,5
4. Побудова графіка: · Складної функції.	12	0,5	0,5
5. Підсумкова діагностика: · Підсумкова контрольна робота; · Конференція.	13		1
	14, 15		
Всього		15	

Зміст

Тема 1. Поняття функції і графіки.

На перших двох заняттях учням повідомляється мета і призначення даного елективного курсу. Виявляються і систематизуються їхні знання про функціональні залежності. Визначається понятійний апарат, коло доступних завдань, надається додаткова інформація для розширення можливостей учнів.

Тема 2. Перетворення графіків.

При побудові графіків багатьох функцій можна уникнути проведення докладного дослідження. Викладу методів, що спрощують аналітичний вираз функції і полегшують побудову графіків, присвячені наступні чотири заняття. В результаті учні отримують практичне керівництво для побудови ескізів графіків багатьох функцій.

Тема 3. Дії над функціями.

У даній темі розглядаються дії над функціями: сума (різниця), добуток і частка двох функцій. У цій же темі розглядається побудова графіків функцій, що містять знак модуля і «кусково-лінійні» функції.

Тема 4. Побудова графіків.

У даній темі розглядають прийоми побудови графіків складених функцій.

Література для вчителя:

1. Віленкін, Н. Я. Функції в природі і техніці / Н. Я. Віленкін .- М.: Просвещение, 1985. - 95 с.
2. Вірченко, Н. А., Ляшко, К. І., Швецов, К. І. Графіки функцій: Довідник / Н. О. Вірченко .- Київ, 1991. - 128 с.
3. Гельфанд, І. М., Глаголева, Є. Г., Шноль, Е. Е. Функції та графіки (основні прийоми) / І. М. Гельфанд .- М., 1985. - 120 с.
4. Звавіч, Л. І., Шляпочник, Л. Я., Чинкін, М. В. Алгебра і початки аналізу. 8-11 кл.: Посібник для шкіл з поглибленим вивченням математики / Л. І. Звавіч .- М., 1999. - 352 с.
5. Єршов, Л. В., Райхміст, Р. Б. Побудова графіків функцій: Книга для вчителя / Л. В. Єршов .- М., 1994. - 230 с.
6. Мерзляк, А. Г., Полонський, В. Б., Якір, М. С. Алгебраїчний тренажер / А. Г. Мерзляк .- М., 2001. - 320 с.
7. Сівашінській, І. Х. Теореми і задачі з алгебри, елементарних функцій / І. Х. Сівашінській. - М., 2002. - 115 с.
8. Шилов, Г. Є. Як будувати графіки? / Г. Є. Шилов .- М., 1979. - 98 с.

Література для учнів:

1. Віленкін, Н. Я. Функції в природі і техніці / Н. Я. Віленкін .- М.: Просвещение, 1985. - 95 с.
2. Алгебра. 9 клас: Навчальний посібник для учнів шкіл і класів з поглибленим вивченням математики / Н. Я. Віленкін. - М., Просвітництво, 1998. - 384 с.
3. Галицький, М. Л., Гольдман, А. М., Звавіч, Л. І. Збірник задач з алгебри 8-9 / М. Л. Галицький .- М., Просвітництво, 1995. - 217 с.
4. Глядачі, В. А., Злотін, С. Є. 3000 задач з алгебри для 5-9 класів / В. А. Глядачі .- СПб., Мир і родина, 1997. - 263 с.
5. Короп, А. П. Збірник задач з алгебри для учнів 8-9 класів з поглибленим вивченням математики / А. П. Карп .- СПб., Освіта, 1993. - 187 с.

2.2. Методика елективного курсу "Функції, їх властивості та графіки"

Тема 1. Поняття функції і графіка

Заняття № 1. Графік функції

Мета: актуалізувати, узагальнити і систематизувати знання учнів про функціональну залежність, розглянути приклади завдань на функціональну залежність, сформулювати визначення понять: функція, область визначення і множину значень функції.

Хід заняття:

Учитель формулює тему і мета заняття.

Матеріал даного заняття знайомий учням з шкільного курсу алгебри, тому актуалізацію, узагальнення та систематизацію знань учнів вчитель проводить у формі бесіди з використанням дискусії (розбір прикладів і обговорення виникаючих в учнів питань).

Залежність. У навколишньому житті немає явищ чи обставин, які не залежали б від будь-яких причин, що їх викликають, від інших обставин, від умов і т.д. Настрій залежить від самопочуття, кількість сонячних днів у тижні - від пори року, ріст дитини - від віку, пройдений шлях - від часу і швидкості, ціна за товар - від його кількості та якості, висота будинку - від числа поверхів, швидкість автобуса - від дорожніх умов, втома - від кількості виконаної роботи і т.д.

Спроба використовувати взаємозв'язок явищ і обставин у своїх інтересах спонукала людей до вивчення таких взаємозв'язків, до їх досить точному опису. Точність опису заснована зазвичай на використанні кількісних характеристик і параметрів або, як кажуть, величин. Зв'язок між величинами намагаються представити у вигляді точних рівностей:

$$S=ut, V=R^2, V=pR^2H, c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi, s = \frac{gt^2}{2} \text{ іт. д.}$$

Будь-який зв'язок, описаний точною рівністю, визначає взаємну залежність величин. Не завжди зв'язок можна записати, наприклад - вік і ріст

дитини. Але існують досить типові зв'язки, коли зміна однієї з величин неминуче тягне зміну іншої. Такі зв'язки називають функціональними. У побутовому сенсі вони зручні для прогнозування, дослідження і т.д. Якщо тиск атмосфери різко впав - чекай погіршення погоди, якщо в баку автомобіля немає бензину - нікуди не виїдеш.

Найбільш зручними для аналізу є залежності між двома величинами, хоча в природних ситуаціях, як правило, в описі будь-якого закону чи явища бере участь більша кількість величин. Зазвичай в таких випадках вибирають дві найбільш цікаві і важливі в даному випадку характеристики, а інші тимчасово фіксують, називаючи їх параметрами, а вибрані величини - змінними. Термін «змінна величина» означає лише, що в проведених дослідженнях цієї величини (на відміну від параметрів) дозволено приймати різні значення. Одну з вибраних величин, як правило, яка більш просто визначається або обчислюється, оголошують незалежною (її називають незалежною змінною або аргументом), а іншу залежною (її називають залежною змінною). Якщо виявиться, що в умовах даного зв'язку кожному допустимому значенню незалежної змінної величини відповідає тільки одне значення залежної, то зв'язок називають функціональним, а залежну змінну - функцією від незалежної. Таким чином, функція - це функціональна залежність.

Приклад 1. Автомобіль рівномірно рухається прямолінійним шосе з 12 до 14 год зі швидкістю 60 км / год . Шлях S автомобіля, пройдений за t год, дорівнює $60t$ км, таким чином, $S=60t$ км. Тут незалежною змінною є час, який змінюється від 0 до 2 год, а залежною змінною чи функцією є відстань S , . Маємо при $t=0,5 \text{ год}$ $S=30 \text{ км}$, при $t=0,1 \text{ год}$ $S=66 \text{ км}$ і т.д. Очевидно, що S змінюється від 0 до 120 км. При математичному описі функції $S=60t$ відволікаються від конкретних одиниць виміру і вважають, що незалежна змінна t приймає числові значення з проміжку $[0;2]$, функція приймає числові значення з проміжку $[0;120]$.

Приклад 2. Тіло падає з висоти 490 м під дією сили тяжіння без початкової швидкості. Висота h , На якій виявиться тіло через t секунд без

врахування опору повітря, складе $490-4,9t^2$ м, тобто $h=490-4,9t^2$ м. Тут незалежної змінної є час, який може приймати всі значення від 0 до 10 с (позначене через t), А функцією є висота, яка може приймати всі значення від 490 до 0 м, (позначена через h). Відволікаючись від конкретних одиниць виміру, вважаємо, що задана функція $490-4,9t^2$, де незалежна змінна t приймає числові значення з проміжку $[0;10]$, функція приймає числові значення з проміжку $[0;490]$.

Часто незалежну змінну позначають через x , а залежну через y , при цьому пишуть $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=U(x)$, і іноді $y=y(x)$, символізуючи тим самим залежність y від x і той факт, що кожному допустимого значення x відповідає (в силу даної залежності) тільки одне значення y . В умовах досліджуваного явища (або математичної задачі) зазвичай відомо безліч дозволених значень для x - область визначення функції, а безліч відповідних значень y - область значень. У розглянутих прикладах можна позначити час через x , А шлях або висоту через y , Тоді отримаємо в прикладі 1 функцію $y=60x$ з областю визначення $[0;2]$ і областю значень $[0;120]$, У прикладі 2 функцію $h=490-4,9t^2$ з областю визначення $[0;10]$ і областю значень $[0;490]$. Отже, в прикладі 1 формули $S=60t$, $y=60x$, $f(z)=60z$ визначають одну і ту ж функцію. У прикладі 2 формули $h=490-4,9t^2$, $y=490-4,9t^2$ і $U(x)=490-4,9t^2$ також визначають одну і ту ж функцію. Аналогічно можна задавати будь-які функції з однаковими областями визначення.

Наприклад, $y=vs$ і $s=vt$, $y=\pi x^2$ і $s=\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ і $y=\frac{4}{3}\pi x^3$ та інші.

Таким чином, функція не залежить від позначень змінних.

Учні роблять записи в зошитах.

Сформулюємо тепер більш чіткі визначення.

Визначення 1. Нехай M - деяка множина чисел. Залежність, що зв'язує з кожним значенням однієї змінної величини (аргументу) числове значення іншої величини, називається функцією.

Часто функції позначають літерами f, g, h і т.д., деякі функції мають власні імена: $\sin, \cos, \operatorname{tg}, \operatorname{ctg}, \operatorname{sgn}$.

Визначення 2. Множина чисел, на якій задана функція, називають областю визначення функції.

Будемо позначати область визначення функції f через $D(f)$. Іншими словами, $D(f)$ - це множина всіх значень аргументу x , Для кожного з яких визначено значення функції $f(x)$.

Визначення 3. Множина всіх значень функції називається областю значень функції.

Область значень функції f позначається через $E(f)$. Іншими словами, $E(f)$ - Це множина всіх значень $f(x)$, Коли x приймає всі значення з області визначення $D(f)$.

Нехай задана функція $y=f(x)$ з областю визначення $D(f)$. Сукупність точок координатної площини з координатами $(x, f(x))$, де x «Пробігає» усі значення з $D(f)$, Називається графіком функції $y=f(x)$.

Наприклад, точки з координатами $(-1;1)$, $(0;0)$, $(1;1)$, $(2;4)$ належать графіком функції $f(x)=x^2$, Оскільки $f(-1)=1$, $f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(2)=4$. Графіком функції $y=x$ є пряма, що є бісектрисою першого і третього координатних кутів.

Графік функції $y=\sqrt{1-x^2}$ є півколо з центром в точці $(0;0)$ радіуса 1, розташоване в першому і другому координатних кутах.

Графік функції найбільш доступно і наочно відображає особливості досліджуваної залежності. Якщо графік побудований, можна з його вигляду зробити ряд найважливіших висновків: де функція перетворюється в нуль, де вона зростає і де спадає, обмежена вона чи може приймати як завгодно великі (за модулем) значення. На всі подібні питання можна відповісти, маючи лише наближений графік, точніше навіть - ескіз графіка. Тому побудова ескізів графіків – найважливіше вміння, необхідне як у математиці, так і в суміжних розділах знань. Без графіків зараз не надається навіть інформація про поточні

екологічні та соціальні проблеми. Графік - це мова, засіб для передачі ємної, якісної інформації.

Підведення підсумків заняття

- Який елективний курс ми почали вивчати?

- Якій темі було присвячено наше заняття?

Постановка домашнього завдання

Підібрати 2 приклади функціональних залежностей з навколишнього життя.

Учитель повідомляє тему наступного заняття «Способи задання функції» і роздає теми доповідей для виступу учнів (3 особи, кожен учень створює презентацію з обраної теми доповіді.). Пропоновані теми доповідей:

- 1) аналітичний спосіб задання функції;
- 2) графічний спосіб задання функції;
- 3) табличний спосіб задання функції.

Учитель повідомляє теми рефератів досліджуваного курсу: «Історія розвитку поняття функція», «Функції в нашому житті», «Великі математики та їх внесок у вивчення функцій» (3 реферати: Ейлер, Лейбніц, Бернуллі), «Многочлен Лагранжа», «Побудова та читання графіків функцій», «Розривні функції», «Графіки многочленів», «Цікаві задачі про функції», «Красуні-функції та їх графіки: спіраль Архімеда, Лемніската Бернуллі, гіпоциклоїда, циссоїда, Декартів лист» і теми, запропоновані самими учнями. Написання реферата супроводжується створенням презентації (виступ з рефератом і представлення презентації на останньому заключному занятті). Для виконання творчих завдань учні розбиваються на пари.

Методичні рекомендації. Необхідно ввести учнів у тематику занять, позначивши коло завдань, які можна буде вирішувати з допомогою графіків функцій. Учні повинні розуміти, що графіки - наочний спосіб вирішення, а графічне представлення функції є дуже зручним для безпосереднього сприйняття її особливостей, характерних властивостей. Завдання на написання доповідей, рефератів і створення презентацій сприяють розвитку навичок

самоосвіти, задоволенню індивідуальних інтересів учнів. Всі результати діяльності учнів бажано фіксувати в індивідуальній картці.

Заняття № 2. Способи задання функції

Мета: розглянути різні способи завдання функції, навчити учнів застосовувати отримані знання при вирішенні практичних завдань.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

Учитель запитує про підбрані учнями приклади функціональних залежностей з навколишнього життя, відповідає на запитання учнів, виявляє труднощі, що виникли при виконанні домашнього завдання.

Вивчення нового матеріалу

Учитель формулює тему і мету даного заняття.

Учні роблять доповіді з теми «Способи завдання функції»:

- Аналітичний спосіб задання функції;
- Графічний спосіб задання функції;
- Табличний спосіб задання функції.

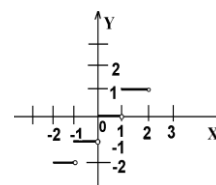
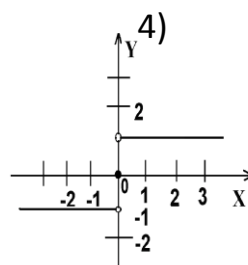
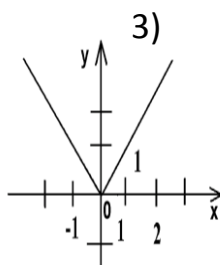
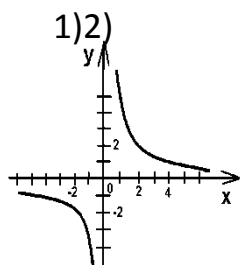
Учні усно відповідають біля дошки з використанням необхідних їм наочних засобів, і роблять відповідні записи на дошці, інші роблять записи в зошитах. Учитель вислуховує доповіді, робить зауваження, ставить додаткові питання, загострює увагу учнів на більш складних моментах.

Закріплення отриманих знань

Учні відпрацьовують отримані теоретичні знання на практиці за допомогою розв'язання задач. Завдання записані на дошці, учні по черзі виходять до дошки і записують розв'язки, інші виконують в зошитах.

Завдання 1. Знайдіть: а) область визначення функцій, заданих графічно та аналітично; б) множину значень функцій 1), 2), 3), 4).

Задайте функції: а) 1), 2), 3) аналітично; б) 5), 8) графічно.



5) $y =$; 6) $y =$; 7) $y =$;
 8) $y = \sqrt{2x-5}$; 9) $y = \sqrt{-2-4x}$; 10) $y = \sqrt{(x+3)(x-2)}$; 11) $y = \sqrt{x^2-3x+2}$;
 12) $y = \sqrt{x-x^2}$.

Завдання 2. Чи задає дана залежність яку-небудь функцію $y=f(x)$.

1) $(x^2+1)y-1=0$; 2) $xy-1=0$; 3) $y^2+2xy+x^2=0$; 4) $y\sin x+x=0$;
 5) $y^2+x=0$.

Підведення підсумків заняття

- Яку тему ми вивчили сьогодні на занятті?
- Які способи задання функції Ви знаєте?

Оцініть свою роботу на занятті за 12-ти бальною шкалою і поставте відповідну оцінку у картку результатів діяльності.

Постановка домашнього завдання

Знайдіть: а) область визначення функцій, заданих графічно та аналітично; б) множину значень функцій 3), 4), 9), 10), 11).

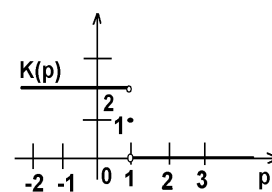
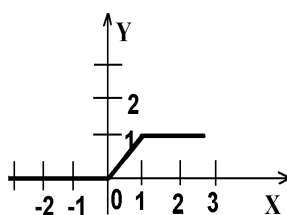
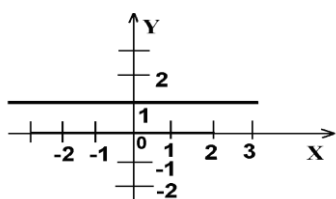
Задайте функції: а) 10), 11) аналітично; б) 1), 4) графічно.

1) $y =$; 2) $y =$; 3) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{-x}$; 5) $y = \sqrt{x} + \sqrt{3-x}$; 6) $y = \sqrt{(x-1)^2(x-4)(x+2)}$; 7) $y = \sqrt{x^2+x-2}$; 8) $y = \sqrt{x^2+x-2}$.

9)

10)

11)



Методичні рекомендації. При розгляді способів завдання функції важливо сформулювати уявлення про однозначність відповідності аргументу і відповідного значення функції. Важливим методичним прийомом при вивченні даної теми є завдання перетворення функції з однієї форми подання в іншу. На етапі закріплення знань застосовується індивідуальна форма навчання учнів. Всі результати діяльності учнів (виступ з доповіддю, відповіді на питання по домашньому завданню, розв'язок завдань на дошці, активну участь в ході всього заняття) фіксуються в індивідуальній картці.

Тема 2. Перетворення графіків

Заняття № 3. Перенесення вздовж осі ординат

Мета: вивчити перетворення графіків функцій за допомогою переносу вздовж осі ординат, навчити учнів будувати графіки функцій, використовуючи дане перетворення.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

Розбираються завдання, що викликали труднощі в учнів, в даному випадку вчитель може розібрати деякі завдання на свій розсуд. Якщо питань немає, то перевіряються відповіді у найбільш складних завдань.

Вивчення нового матеріалу

Графічне зображення функції дає вельми наочне уявлення про поведінку функції в цілому. Нерідко графік надає істотну допомогу при вирішенні задачі. Тому важливо вміти спрощувати процедуру побудови графіків, використовуючи для цього різні перетворення.

Іноді графік будується за допомогою повного дослідження функції, яке встановлює область визначення, проміжки спадання і зростання, проміжки знакосталості, асимптоти і т.д. Але досить часто при побудові графіків функцій можна уникнути подібних досліджень, використовуючи ряд прийомів, що дозволяють шляхом деяких перетворень отримати графік необхідної функції з графіка який-небудь добре відомої функції.

Як мотивація для вивчення нового матеріалу учням пропонується

виконати завдання: «Вибрано графік функції $y = x^2$ ($y = \sqrt{x}$, $y =$)».

Побудувати на цьому ж кресленні графік функції $y = x^2 + 1$ ($y = \sqrt{x} - 4$, $y =$

$+7$)».

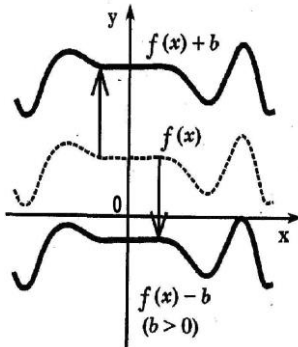
Для виконання завдання вчитель ділить клас на групи.

У результаті побудов учні помічають, щоб побудувати графік другої функції, необхідно підняти на 1 (опустити на 4, підняти на 7) графік першої функції.

Учитель узагальнює дану властивість графіків: нехай потрібно побудувати графік функції $y=f(x)+b$ при $b>0$. Легко помітити, що ординати цього графіка для кожного значення x на b одиниць більше відповідних ординат графіка функції $y=f(x)$. Отже, графік функції $y=f(x)+b$ при $b>0$ можна

отримати паралельним перенесенням уздовж осі ординат графіка функції $y=f(x)$ на b одиниць вгору.

Рис. 1



Аналогічно, ординати графіка функції $y=f(x)-b$ при $b>0$ для всіх значень x на b одиниць менше відповідних ординат графіка функції $y=f(x)$. Отже, графік функції $y=f(x)-b$ при $b<0$ можна отримати паралельним перенесенням уздовж осі ординат графіка функції $y=f(x)$ на b одиниць вниз.

Переміщення графіка вгору або вниз уздовж осі ординат на b одиниць еквівалентно відповідному переносу осі абсцис на стільки ж одиниць, а зробити це набагато легше. Тому для побудови графіка функції $y=f(x)+b$ при $b>0$ слід побудувати графік функції $y=f(x)$ і перенести вісь абсцис на b одиниць вниз, для побудови графіка функції $y=f(x)-b$ при $b>0$ слід побудувати графік функції $y=f(x)$ і перенести вісь абсцис на b одиниць вгору.

Загальне правило побудови графіка $y=f(x)+b$ при довільному b : Будуємо графік функції $y=f(x)$ і переносимо його вздовж осі ординат на $|b|$ одиниць вниз при $b>0$ або вверх при $b<0$ або будуємо графік функції $y=f(x)$ і переносимо вісь абсцис на $|b|$ одиниць вгору при $b>0$ або на $|b|$ одиниць вниз при $b<0$.

Приклад 1. Побудувати графік функції $y = \dots - \dots \cdot$

1) Побудуємо спочатку графік функції $y = \dots$;

2) потім перенесемо вісь абсцис на \dots одиниць вгору в системі координат $x'O'y$;

3) у новій системі координат xOy отримаємо графік функції $y = \dots - \dots$.

Закріплення отриманих знань

Учні індивідуально виконують завдання з наступною перевіркою на дошці.

1. Побудувати графіки функцій.

1) $y = x + 7$; 2) $y = |x| - 7$; 3) $y = x^3 + 5$; 4) $y = \dots - 3$; 5) $y = 9 + \sqrt{x}$.

Вчитель розбиває клас на групи (6-8 осіб).

2. Для розвитку творчої активності вчитель пропонує скласти кожній групі учнів по одному завданню (скласти функцію і побудувати її графік) на практичне застосування вивченого матеріалу. Потім групи обмінюються завданнями і розв'язують їх з наступним обговоренням.

Підведення підсумків заняття

- Яке перетворення Ви використали на занятті для побудови графіків функцій?
- Сформулюйте суть вивченого перетворення.

Постановка домашнього завдання

Побудувати графіки функцій.

$$1) y=x+8 ; 2) y=3-|x| ; 3) y = x^2 - 5 ; 4) y = \quad +7 ; 5) y = 4 - \sqrt{x} .$$

Методичні рекомендації. Для вивчення нового матеріалу доцільно використовувати індуктивний метод навчання, так як проведення таких міркувань добре засвоюється учнями. Учитель може розділити клас на групи і кожній групі дати свій графік функції. Всі результати діяльності учнів (відповіді на запитання вчителя за домашнє завдання, рщзв'язок завдань на дошці, активну участь в ході всього заняття) фіксуються в індивідуальній картці.

Заняття № 4. Перенесення уздовж осі абсцис

Мета: вивчити перетворення графіків функцій за допомогою переносу вздовж осі абсцис, навчити учнів будувати графіки функцій, використовуючи дане перетворення.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

Розбір завдань під номерами 2), 5).

Учні за бажанням виходять до дошки і будують графіки функцій з коментуванням своїх дій.

Вивчення нового матеріалу

Новий матеріал вчитель викладає у формі лекції, у ході викладу відповідаючи на виникаючі питання. Учні уважно слухають і роблять записи в зошитах.

Нехай потрібно побудувати графік функції $y=f(x+a)$. Розглянемо

функцію $y=f(x)$, яка в деякій точці $x=x_1$ приймає значення y_1 . Очевидно, що

функція $y=f(x+a)$ прийме таке ж значення в точці x_2 , координата якої

визначається з рівності $f(x_1) = f(x_2+a)$, тобто $x_2 = x_1 - a$. Причому така рівність справедливо для всіх значень x з області визначення функції.

Отже, графік функції $y=f(x+a)$ може бути отриманий паралельним перенесенням графіка функції $y=f(x)$ вздовж осі абсцис вліво на $|a|$ одиниць при $a>0$ або вправо на $|a|$ одиниць при $a<0$. Оскільки переміщення графіка вздовж осі абсцис на $|a|$ одиниць еквівалентно переносу осі ординат на стільки ж одиниць, але в протилежний бік, то справедливо *наступне правило*: для побудови графіка функції $y=f(x+a)$ слід побудувати графік функції $y=f(x)$ і перенести вісь ординат на $|a|$ одиниць вправо при $a>0$ або на $|a|$ одиниць вліво при $a<0$.

Після викладу нового матеріалу вчитель розбирає приклад.

Приклад 1. Побудувати графік функції $y = (x - 2)^2$.

- 1) Будуємо графік функції $y = x^2$ в системі координат $xO'y'$;
- 2) перемістимо вісь ординат на дві одиниці вліво;
- 3) отримуємо в системі координат xOy графік функції $y = (x - 2)^2$.

Закріплення отриманих знань

Учні в парах виконують завдання, записані на дошці. Після виконання завдання розбираються на дошці.

1. Побудувати графіки функцій.

$$1) y = (5 - x)^2 ; 2) y = |x-3| ; 3) y = (x + 1)^3 ; 4) y = ; 5) y = \sqrt{x + 2,5} .$$

Письмова робота

Учні виконують письмову роботу з теми «Перетворення графіків: перенесення вздовж осі ординат і осі абсцис».

Побудувати графіки функцій. 1) $y = x - 6$; 2) $y = \sqrt{x - 9}$; 3) $y = |x| + 1,5$; 4) $y = (-3,5 + x)^3$; 5) $y = -7 - \sqrt{x}$; 6) $y =$.

Підведення підсумків заняття

- Яке перетворення Ви використали на занятті для побудови графіків функцій?
- Сформулюйте суть вивченого перетворення.

Методичні рекомендації. Необхідно навчити передавати графічно якісні особливості функцій. Результати письмової роботи фіксувати в індивідуальній картці.

Заняття № 5. Стиснення (розтягнення) графіка до (від) осі абсцис

Мета: вивчити перетворення графіків функцій за допомогою стиснення (розтягування) графіка до (від) осі абсцис, навчити учнів будувати графіки функцій, використовуючи дане перетворення.

Хід заняття:

Вивчення нового матеріалу

Розглянемо функцію виду $y = Af(x)$, де $A > 0$. Можна помітити, що при рівних значеннях аргументу ординати графіка цієї функції будуть в A разів більше

ординат графіка функції $y = f(x)$ при $A > 1$ або в _____ разів менше ординат графіка функції $y = f(x)$ при $A < 0$.

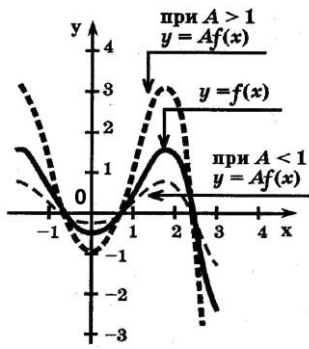


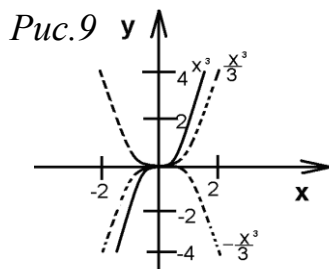
рис.7

Таким чином, для побудови графіка функції $y=Af(x)$ слід побудувати графік функції $y=f(x)$ і збільшити його ординати в A разів при $A>1$ (Розтягнути графік від осі абсцис з коефіцієнтом A) або зменшення його ординати

в A разів при $A<1$ (Стиснути графік до осі абсцис з коефіцієнтом A) (Рис. 7).

Розглянемо функцію $y=-f(x)$. Очевидно, що при всіх значеннях аргументу ординати графіка функції $y=-f(x)$ рівні за абсолютною величиною, але протилежні за знаком ординатам графіка функції $y=f(x)$. Тому для побудови графіка функції $y=-f(x)$ слід побудувати графік функції $y=f(x)$ і відобразити його симетрично щодо осі абсцис (рис. 8).

Поєднуючи попередні міркування з останнім правилом, можна будувати графік функції $y=Af(x)$ для значення A будь-якого знака.



Після викладу теоретичного матеріалу вчитель розбирає приклад: виділяє кроки перетворень і будує графік.

Приклад. Побудувати графік функції $y = -x^3$.

- 1) Будуємо графік функції $y = x^3$;
- 2) стискаємо графік до осі абсцис з коефіцієнтом ;
- 3) відображаємо графік симетрично щодо осі абсцис.

Останній отриманий графік є графік функції $y = -x^3$ (Рис. 9).

Закріплення отриманих знань

Учні об'єднуються у пари і розв'язують завдання. Після виконання завдання, що викликали труднощі, розбираються на дошці з докладним розв'язком. Під час розбору вчитель акцентує увагу учнів на більш складних моментах.

1. Побудувати графіки функцій.

1) $y = 2,5|x|$; 2) $y =$; 3) $y = -2x^3$; 4) $y = 1,5\sqrt{x}$; 5) $y =$.

2. Для розвитку творчої активності й усвідомленого розуміння матеріалу вчитель пропонує скласти кожній парі учнів по одному завданню (вибрати функцію і побудувати її графік) на практичне застосування вивченого матеріалу. Потім деякі з завдань, найбільш важкі, розбираються учнями за допомогою вчителя.

Підведення підсумків заняття

- Яке перетворення Ви використовували для побудови графіків функцій?
- Сформулюйте суть вивченого перетворення.
- Оцініть свою роботу на занятті за 12-ти бальною системою і поставте відповідну оцінку в індивідуальну картку результатів діяльності.

Постановка домашнього завдання

Повторити теоретичний матеріал і виконати письмово завдання.

1. Побудувати графіки функцій.

1) $y=0,5/x$; 2) $y =$; 3) $y = 2\sqrt{x}$; 4) $y = -$; 5) $y = -$.

Заняття № 6. Стиснення (розтягнення) графіка до (від) осі ординат

Мета: вивчити перетворення графіків функцій за допомогою стиснення (розтягування) графіка до (від) осі ординат, навчити учнів будувати графіки функцій, використовуючи дане перетворення.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

Розглядаються завдання, що викликали труднощі в учнів, в даному випадку вчитель може розглянути деякі завдання на свій розсуд.

Вивчення нового матеріалу

Виклад нового матеріалу проводиться у формі лекції.

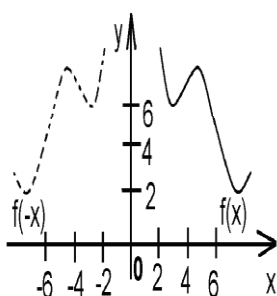


Рис.11

Нехай потрібно побудувати графік функції $y=f(kx)$, де $k>0$. Розглянемо

×1

функцію $y=f(x)$, яка в довільній точці $x=$ приймає

значення $y_1 = f(x_1)$. Ясно, що функція $y=f(kx)$ приймає таке ж значення в

точці $x = \frac{x_1}{k}$, координата якої визначається рівністю $y_1 = f(k \cdot \frac{x_1}{k})$ або $x_2 = \frac{x_1}{k}$,

Причому ця рівність є справедливою для всіх значень x з області визначення функції. Але тоді графік функції $y=f(x)$ виявляється стислим до осі ординат (при $k>1$), або розтягнутим від (при $k<1$) осі ординат щодо графіка функції $y=f(x)$.

Розглянемо функцію $y=f(-x)$. Легко помітити, що функції $y=f(x)$ і $y=f(-x)$, приймають однакові значення в точках, абсциси яких дорівнюють за абсолютною величиною, але протилежні за знаком. Тому для побудови графіка функції $y=f(-x)$ потрібно побудувати графік функції $y=f(x)$ і відобразити його симетрично відносно осі ординат (рис. 11).

Поєднуючи попередні міркування цього пункту з останнім правилом, можна будувати графік функції $y=f(kx)$ для k будь-якого знака.

Закріплення отриманих знань

Учитель розглядає на конкретних прикладах, як будуються графіки функцій, для яких застосовні вивчені прийоми.

Приклад 1. Побудувати графік функції $y = -4x^2 + 4x - 3$.

Спочатку перетворимо формулу функції до більш зручного вигляду:

$$y = -4x^2 + 4x - 3$$

$$y = -4(x^2 - x + 3/4) = -4(x^2 - 2x \cdot 1/2 + 1/4 - 1/4 + 3/4) = -4((x - 1/2)^2 + 1/2) = -4(x - 1/2)^2 - 2$$

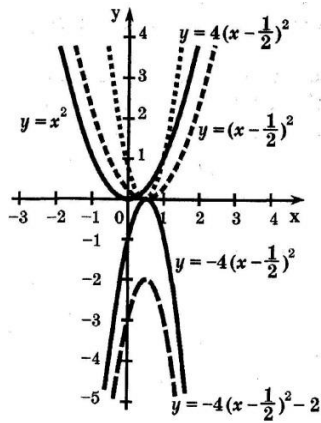


Рис.12

Потім проведемо наступні побудови:

- 1) графік функції $y = x^2$ перенесемо вправо вздовж осі Ox на $\frac{1}{2}$;
- 2) графік функції $y = (x - \frac{1}{2})^2$ розтягнемо від осі абсцис з коефіцієнтом 4, відобразимо симетрично щодо осі Ox ;
- 3) графік функції $y = -4(x - \frac{1}{2})^2$ перенесемо вздовж осі Oy вниз на 2 одиниці. Останній графік є шуканим (рис. 12).

Приклад 2. Побудувати графік функції $y = \frac{x-1}{2x-2}$.

Знову почнемо з перетворень:

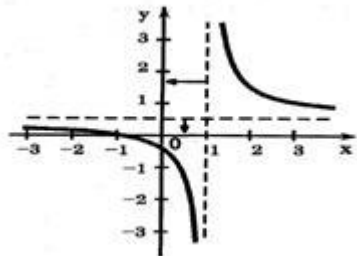


рис.13

$$y = \frac{x+1}{2x-2} = \frac{\frac{1}{2}(2x+2)}{2x-2} = \frac{\frac{1}{2}(2x-2+4)}{2x-2} = \frac{\frac{1}{2}(2x-2)+2}{2x-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{x-1}.$$

Побудова проводиться в три етапи:

1) будуємо графік функції $y =$;

2) переносимо вісь Oy вліво на 1 одиницю;

3) потім вісь Ox переносимо вниз на одиниці (рис. 13).

Побудувати графіки функцій. 1) $y = -2x^2 + 6x - 8$; 2) $y =$.

Письмова робота

Учні виконують письмову роботу на тему "Перетворення графіків: стиснення (розтягнення) графіка до (від) осі абсцис і осі ординат».

Побудувати графіки функцій. 1) $y = -3x^2 + x - 5$; 2) $y = \frac{x-6}{3x-8}$.

Підведення підсумків заняття

- Яке перетворення Ви використовували для побудови графіків функцій?
- Сформулюйте суть вивченого перетворення.

Методичні рекомендації до 5-го та 6-го занять. Необхідно навчити передавати графічно якісні особливості функцій. Використовувати завдання різних рівнів складності, давати учням можливість самим конструювати завдання з метою формування інтересу до вивчення даного курсу. Всі результати діяльності учнів (відповіді на питання по домашньому завданню, розв'язування завдань на дошці, активну участь в ході всього заняття) фіксувати в індивідуальній картці.

Тема 3. Дії над функціями

Заняття № 7. Сума (різниця) функцій

Мета: вивчити арифметичні дії (додавання, віднімання) з функціями, навчити учнів будувати графіки функцій, що є сумою (різницею) інших функцій.

Хідзаняття:

Вивчення нового матеріалу

Над функціями, як і над числами, можна здійснювати арифметичні дії, тобто визначити суму (різницю), добуток і частку функцій. Графіки функцій $y = f(x) \pm g(x)$, $y = f(x)g(x)$, $y = f(x)/g(x)$ можна отримати, використовуючи правила складання (віднімання), множення і ділення графіків функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$. Особливо ефективним цей метод буває в тому випадку, коли $f(x)$ і $g(x)$ є елементарними функціями. Зауважимо, що здійснювати арифметичні дії можна над функціями, які мають загальну область визначення або спільну частину областей визначення. При цьому частка двох функцій визначена, якщо знаменник відмінний від нуля.

Сумою двох функцій $f(x)$ і $g(x)$ називається функція $h(x)$ з області визначення, що є спільною частиною областей визначення $f(x)$ і $g(x)$, При цьому значення функції $h(x)$ дорівнює значенню $f(x) + g(x)$.

Ординати графіка суми функцій знаходять шляхом складання ординат графіків функцій-доданків для кожного значення аргументу (для кожної абсциси) з області визначення суми.

Іншими словами, щоб побудувати графік функції $h(x) = f(x) + g(x)$, Потрібно побудувати графіки функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$ в одній і тій же системі координат, а потім в кожній точці до відрізка, що зображає ординату першого графіка, добудувати відрізок, що зображає ординату другого графіка, при цьому другий відрізок відкладати вгору, якщо $g(x) > 0$, і вниз, якщо $g(x) < 0$. Аналогічно визначається різниця двох функцій і будується її графік. При побудові графіка різниці можна вчинити інакше: побудувати графіки функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$, графік функції $y = g(x)$ відобразити симетрично щодо осі Ox , тим самим вийде графік функції $y = -g(x)$, і, нарешті, складаються графіки функцій $y = f(x)$ і $y = -g(x)$.

Закріплення отриманих знань

Учитель розглядає на конкретному прикладі, як виконується додавання функцій, і будує графік суми функцій.

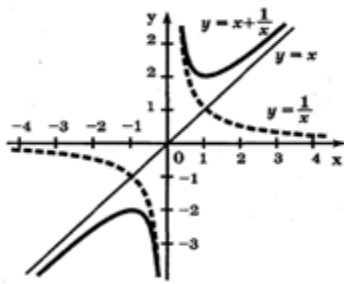


рис.15

Приклад. Побудувати графік функції $y = x + \frac{1}{x}$.

1) Будемо графіки функцій $y=x$ і $y = \frac{1}{x}$;

2) для кожного значення x ($x \neq 0$) додаємо відповідні відрізки, що зображують ординати.

Отримуємо шуканий графік (рис. 15).

Практичні завдання учні виконують індивідуально з наступною роботою на дошці.

1. Порівняйте значення $(f+g)(x)$ і $f(x)+g(x)$, де $f(x) = 2x^2 - 1$, $g(x) = x - 5 - 2x^2$,
При $x=2$.

2. Побудувати графіки функцій.

1) $y = \sqrt{x} - x$; 2) $y = x^3 + 5x^2$; 3) $y = \sqrt{x} - x$; 4) $y = \dots$

Підведення підсумків заняття

- Яку тему ми вивчили сьогодні на занятті?
- За якої умови можна здійснювати арифметичну дію (додавання або віднімання) над функціями?

Постановка домашнього завдання

Повторити теоретичний матеріал.

Побудувати графіки функцій.

1) $y =$; 2) $y = |x| - 6x^2$; 3) $y = \sqrt{x-2} + x$; 4) $y =$.

Заняття № 8. Складені функції

Мета: вивчити арифметичну дію множення, виконану з функціями, навчити учнів будувати графіки функцій, що є складовими інших функцій.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

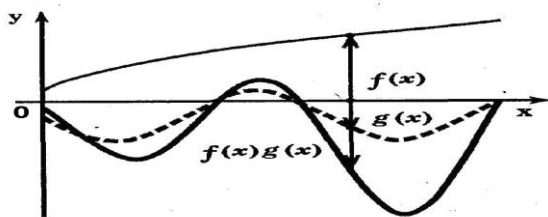
Розбираються завдання під номерами 2), 4).

Вивчення нового матеріалу

Новий матеріал вчитель викладає у формі лекції

Добутком двох функцій $f(x)$ і $g(x)$ називається функція $h(x)$ з областю визначення, що є спільною частиною областей визначення $f(x)$ і $g(x)$, При цьому значення функції $h(x)$ рівні $f(x)g(x)$.

Ординати графіка добутку функцій знаходять шляхом множення ординат графіків вихідних функцій відповідають одному і тому ж значенню аргументу (для кожного значення аргументу з області визначення). Іншими словами, щоб побудувати графік функції $h(x)=f(x)g(x)$, Потрібно побудувати графіки функцій $y=f(x)$ і $y=g(x)$ в одній і тій же системі координат, а потім в кожній точці перемножити довжини відрізків, що зображують ординати графіків, і побудувати відрізок отриманої довжини з урахуванням знака добутку. Множина точок з отриманими ординатами представляє графік функції $y=f(x)g(x)$ (Рис. 16).



**Закріплення
отриманих знань**

Рис. 16

Приклад. Побудувати графік функції $y = x \cos x$.

Функція $y = x \cos x$ є непарною (вона являє собою добуток парної і непарної функцій), тому її графік буде симетричним відносно початку координат і його досить побудувати лише для $x \geq 0$.

Будуємо графіки функцій $y = x$ і $y = \cos x$ і перемножуємо значення ординат цих графіків. Зауважимо, що в точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, в яких $\cos x = 0$, функція дорівнює нулю. У точках $x = 2\pi k$, де $\cos x = 1$, добуток дорівнює $2\pi k$, тобто ці точки лежать на прямій $y = x$, а в точках $x = \pi + \pi k$, де $\cos x = -1$, добуток дорівнює $-(\pi + 2\pi k)$, тобто ці точки лежать на прямій $y = -x$ (Рис. 17).

Розв'язок практичних завдань учнями на занятті проводиться у формі гри «Математична рибалка».

Для проведення гри вчитель ділить клас на 4 команди.

Обладнання: «вудки» і «рибки» - картки з завданнями (на них написані функції з другого завдання).

1 завдання. Порівняйте значення функцій $(fg)(x)$ і $f(x)g(x)$, де $f(x) = 2x^2 - 1$, $g(x) = x + 3$.

Дане завдання спільне для всіх команд. Після його виконання розв'язки збираються і потім перевіряються вчителем.

2 завдання. Побудувати графіки функцій. 1) $y = \sqrt{1-x}$; 2) $y = (x-3)$;

$$3) y = \dots ; 4) y = |x-2|x^2 .$$

Представники команд по черзі «виловлюють» за допомогою вудки картку, і команди приступають до виконання отриманого завдання. Після виконання завдання учасники команд будують графіки функцій на дошці.

У залежності від правильності виконання завдань командами кожному учневі виставляється оцінка за роботу на занятті.

Підведення підсумків заняття

- Яку тему ми вивчили сьогодні на занятті?
- Що називається добутком двох функцій?

Постановка домашнього завдання

1. Побудувати графіки функцій. 1) $y = |x|$; 2) $y = x \sin x$.
2. Скласти дві функції, які є добутком інших функцій, побудувати їх графіки.

Заняття № 9. Частка двох функцій

Мета: вивчити арифметичну дію ділення, виконану з функціями, навчити учнів будувати графіки функцій, що є часткою двох інших функцій.

Хід заняття:

Перевірка домашнього завдання

Учні здають зошити із домашнім завданням на перевірку вчителю, за його виконання виставляється оцінка.

Вивчення нового матеріалу

Часткою двох функцій $f(x)$ і $g(x)$ називається функція $h(x)$, у якій область визначення виходить таким чином: із загальної частини областей визначення $f(x)$ і $g(x)$ потрібно видалити всі значення, при яких $g(x)=0$. При цьому значення функції $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

Графік функції $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ можна отримати наступним чином: уявімо функцію у вигляді $y=f(x)$, побудуємо графіки $y=f(x)$ і $y = \frac{1}{g(x)}$, А потім побудуємо графік добутку $y=f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}$. Для того щоб побудувати графік функції $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, треба побудувати графік функції $y=g(x)$, розділити одиницю на ординати графіка $y=g(x)$ (з урахуванням знаку) і отримати ординату графіка $y = \frac{1}{g(x)}$. Зауважимо, що в тих точках, де функція $y=g(x)$ має нулі, функція $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ не визначена і, як правило, має вертикальні асимптоти.

Закріплення отриманих знань

Учитель розглядає на конкретному прикладі, як проводиться ділення функцій, і будує графік даної функції.

Приклад. Побудувати графік функції $y = \frac{\cos x}{\sin x}$.
Будуємо графік функції $y=\cos x$, а потім ділимо одиницю на відповідні ординати цієї функції. При цьому отримуємо, що при наближенні до точок $x =$

$\frac{\pi}{2} + \pi k$ графік функції $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ прямує до $\pm\infty$ в залежності від знака $\cos x$, тобто прямі $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ є вертикальними асимптотами.

Розв'язування завдань учнями на занятті проводиться в групах.

1. Порівняйте значення функцій $(f/g)(x)$ і $\frac{f(x)}{g(x)}$, де $f(x)=x^2-1$, $g(x)=x+4$.

2. Побудувати графік функції: $y = \frac{\sin x}{x}$.

Підведення підсумків заняття

- Яку тему ми вивчили сьогодні на занятті?
- Що називається приватним двох функцій?

Постановка домашнього завдання

1. Побудувати графік функції: $y = \frac{x^2}{2x - 3}$.
2. Вибрати дві функції, які є часткою інших функцій, і побудувати їх графіки.

Заняття № 10. Функції, щомістятьзнак «модуля»

Мета: познайомити учнів з основними прийомами побудови графіків функцій, щомістять модуль, закріпити вивчений матеріал у ході виконання вправ.

Привернути увагу до естетичної сторони даного виду діяльності. Передбачити можливість творчості учнів.

Хід заняття:

Вивчення нового матеріалу

Теоретичний матеріал вчитель розповідає з прикладами, докладно розбираючи їх на дошці. Наведемо ряд прийомів, що дозволяють полегшити побудову графіків функцій у цьому випадку.

1) Побудова графіка функції $y=f(|x|)$.

$$y=f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{при } x \geq 0; \\ f(-x), & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Отже, графік функції $y=f(|x|)$ складається з двох графіків: $y=f(x)$ - у правій півплощині, $y=f(-x)$ - у лівій півплощині.

Виходячи з цього, можна сформулювати правило.

Графік функції $y=f(|x|)$ отримують з графіка функції $y=f(x)$ наступним чином: при $x \geq 0$ графік зберігається, а при $x < 0$ графік відображається симетрично щодо осі ОУ.

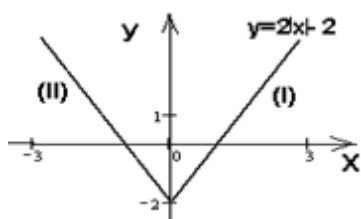


рис.19

Учитель розв'язує приклади на дошці.

Приклад 1. Побудувати графік функції $y=2/|x|-2$.

Побудова. $y = 2/x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 2, x \geq 0(I), \\ y = -2x - 2, x < 0(II). \end{cases}$

1) Будуємо графік функції $y = 2x - 2$ для $x > 0$;

2) добудовуємо частину графіка для $x < 0$, симетрично щодо осі ОУ (рис. 19).

Приклад 2. Побудувати графік функції $y = x^2 - |x| - 3$.

Побудова. Зауважимо, що $x^2 = |x|^2 = (|x|)^2$.

1) Для $x \geq 0$ будуємо графік функції $y = x^2 - x - 3$. Відомо, що це парабола, звернена гілками вгору. Вісь ординат вона перетинає в точці $(0; -3)$. Вісь абсцис перетинає в точках $(-2; 0)$ і $(6; 0)$. Вершина параболи знаходиться в точці $(2; -4)$;

2) добудовуємо для $x < 0$ частину графіка, симетричну щодо осі ординат.

2) Побудова графіка функції $y = |f(x)|$.

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), \text{def}(x) \geq 0; \\ -f(x), \text{def}(x) < 0. \end{cases}$$

Звідси впливає алгоритм побудови графіка функції $y = |f(x)|$.

1) Будуємо графік функції $f(x)$;

2) частину графіка $y = f(x)$, що лежить над віссю ОХ, зберігаємо, частину, що лежить під віссю ОХ, відображаємо симетрично щодо осі ОХ .

Учитель розбирає приклади на дошці.

Приклад 3. Побудувати графік функції $y=|x-2|$.

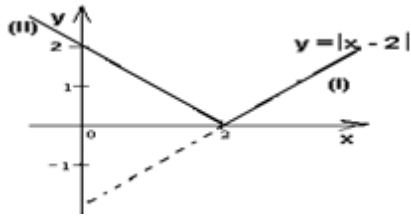


рис.21

Побудова.

$$y=|x-2| \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2, x \geq 2(I), \\ y = -x + 2, x < 2(II). \end{cases}$$

- 1) Будуємо графік функції $y=x-2$;
- 2) графік нижній півплощині відображаємо вгору симетрично щодо осі ОХ (рис. 21).

Приклад 4. Побудувати графік функції $y=|x^2 - x - 6|$.

Побудова.

- 1) Будуємо графік функції $y=x^2 - x - 6$, графіком цієї функції буде парабола, що перетинає осі координат в точках $(0;6)$, $(-2;0)$, і $(3;0)$, що має вершину в точці (), звернена гілками вгору. На ділянці, де $y < 0$, креслимо графік пунктиром;
- 2) симетрично пунктирною кривою щодо осі абсцис добудовуємо лінію графіка даної функції .

3) Побудова графіка функції $y=|f(|x|)|$.

Щоб побудувати графік функції $y=|f(|x|)|$, треба спочатку побудувати графік функції $y=f(x)$ при $x>0$, потім при $x<0$ побудувати зображення, симетричне йому відносно осі ОУ, а потім на інтервалах, де $f(|x|)<0$, побудувати зображення, симетричне до графіку $f(|x|)$ відносно осі ОХ .

Учитель розв'язує приклад на дошці.

Приклад 5. Побудувати графік функції $y=|1-|x||$.

$$y = |1 - |x|| \Leftrightarrow \begin{cases} y = |1 - x|, x \geq 0 \\ y = |1 + x|, x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x, 0 \leq x \leq 1(I), \\ y = 1 + x, x > 1(II), \\ y = 1 + x, -1 \leq x < 0(III), \\ y = 1 - x, x < -1(IV). \end{cases}$$

Побудова.

- 1) Будуємо графік функції $y=1-x$;
- 2) графік функції $y=1-|x|$, отримуємо із графіка функції $y=1-x$ відображенням симетрично (при $x \geq 0$) щодо осі ОУ;
- 3) графік функції $y=|1-|x||$ отримуємо із графіка функції $y=1-|x|$ відображенням симетрично осі ОХ нижній частині графіка.

Закріплення отриманих знань

Розв'язання практичних завдань на занятті учнями проводиться в парах з наступною перевіркою на дошці.

Побудувати графіки функцій.

- 1) $y=1-|x|$; 2) $y=2/x+x^2$; 3) $y=-|x-1|$; 4) $y=|2x^2-5x+3|$; 5) $y=|2/x-3|$.

Письмова робота

У письмову роботу включаються завдання з теми «Дії над функціями».

Побудувати графіки функцій. 1) $y=|x|+x^2$; 2) $y=(x-3)$;

3) $y=$.

Підведення підсумків заняття

- З якими прийомами побудови графіків функцій, що містять модуль, Ви познайомилися?

Постановка домашнього завдання

Побудувати графіки функцій. 1) $y=$; 2) $y=x^2-|x|-6$; 3) $y=|x+2|+1$; 4) $y=|4-x^2|$; 5) $y=|x^2-|x|-6|$.

Методичні рекомендації. Для побудови графіків функцій, що містять знак модуля, учням необхідно володіти прийомами побудови графіків елементарних функцій, а також знати й розуміти визначення модуля числа. Необхідно навчити учнів передавати графічно якісні особливості функцій. Результати письмової роботи фіксувати в індивідуальній картці.

Заняття № 11. «Кусково-лінійні» функції: $y=\operatorname{sgn}x$, $y=[x]$, $y=\{x\}$

Мета: вивчити функції $y=\operatorname{sgn}x$ («Сігнум x »), $y=[x]$ («Антьє x »), $y=\{x\}$ («Дробова частина x »), навчити учнів будувати графіки даних функцій.

Хід заняття:

Вивчення нового матеріалу

Новий матеріал вчитель викладає у формі лекції. Учні роблять записи в зошитах.

1) Функція $y = \operatorname{sgn} x$.

Назва функції «Сігнум» походить від латинського *signum* і перекладається «знак». Функцію Сігнум ввів Л. Кронекер в 1878 р.

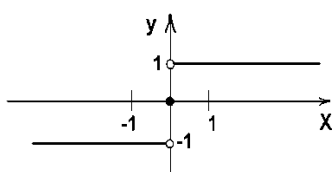


рис.23

$$\text{Визначення: } \operatorname{sgn}x = \begin{cases} 1, & \text{при } x > 0; \\ 0, & \text{при } x = 0; \\ -1, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Графік функції будується за визначенням (рис. 23).

З визначення випливають деякі властивості функції:

область визначення - \mathbb{R} ;

область значень складається з трьох чисел $y=\{-1;0;1\}$;

функція стала при $x<0$ і при $x>0$.

Функція непарна: $\text{sgn}(-x)=-\text{sgn}x$.

2) Функція $y=[x]$ («Антъє x »).

Термін «Антъє» походить від французького entier - цілий, позначення $[x]$ ввів К. Гаусс у 1808 р.

Визначення: Антъє від x (Ціла частина x) є найбільше ціле число, що не перевершує x .

Так, $[5,72]=5$, $[-3,2]=-4$, $[\pi]=3$, $[\sqrt{3}] = 1$, $[-2]=-2$, $[100]=100$.

З визначення відразу випливають основні властивості функції «Антъє»:

1. область визначення \mathbb{R} ;
2. множина значень \mathbb{Z} ;
3. Функція є «кусково-сталою» на кожному проміжку $[k;k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$ функція приймає одне значення k . Тому функція є неспадною, тобто для будь-яких $x_1 \leq x_2$ має місце рівність $[x_1] \leq [x_2]$.

Зазначені властивості використовуються при побудові графіка функції. Відзначимо особливості побудови графіка $y=[x]$: на кожному з проміжків $[k;k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$, графік зображується відрізком, відкритим праворуч (точка з координатами $(k+1;k)$ графіком функції не належить). Іншими словами, в кожній точці з цілочисельними абсциссами функція $y=[x]$ терпить розрив. Графік функції $y=[x]$ складається з відрізків прямих, паралельних осі абсцис, що утворюють «драбинку», довжина і висота кожної «сходинок» якої дорівнює 1.

3) Функція $y=\{x\}$.

Дробову частину числа можна визначити через його цілу частину: $\{x\}=x-[x]$.

Оскільки ціла частина x не перевершує x , То дробова частина числа завжди невід'ємна. Дробова частина цілого числа дорівнює 0.

Приклади: $\{ \pi \} = \pi - 3$; $\{-7\} = 0$; $\{5\} = 0$; $\{3 \quad \} = \quad$; $\{-27,52\} = -27,52 - (-28) = 0,48$.

Виходячи з визначення, встановлюються властивості функції $y = \{x\}$:

1. область визначення \mathbb{R} ;
2. множина значень $[0;1)$;
3. функція обмежена $0 \leq \{x\} < 1$;
4. для будь-якого дійсного числа x і будь-якого натурального n виконується рівність $\{x+n\} = \{x\}$. Таким чином, досліджувана функція є періодичною, її період - будь-яке натуральне число, найменший період 1;
5. на кожному проміжку $[k; k+1)$ функція $y = \{x\}$ зростає, хоча на всій області визначення зростаючої не є, вона немонотонний. Внаслідок періодичності функції її графік досить побудувати на проміжку $[0;1)$, На інших проміжках області визначення графік будується, використовуючи періодичність функції.

Графік функції $y = \{x\}$ зобразиться ізольованими відрізками прямих на кожному проміжку $[k; k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$, Області визначення. Ці відрізки геометрично представляють діагоналі квадрата зі стороною, довжина якої дорівнює 1 (довжина кожного з відрізків $[k; k+1)$). Ліва крайня точка діагоналі має координати $(k; 0)$, Права крайня точка з координатами $(k+1; 1)$ графіком функції не належить. На кожному із зазначених проміжків області визначення графіком є відрізок прямої, паралельної прямій $y = x$. Отже, функція $y = \{x\}$, Має «розрив» у кожній точці з цілочисельними абсциссами .

Закріплення отриманих знань

Приклад 1. Побудувати графік функції: $y = [x-1]$.

Щоб зрозуміти, як буде виглядати графік функції $y = [x-1]$, Треба взяти кілька значень x з кожного проміжку і подивитися, що буде відбуватися з функцією.

x	0	0,3	0,8	0,15
-----	---	-----	-----	------

$x - 1$	-1	-0,7	-0,2	-0,85
$y = [x - 1]$	-1	-1	-1	-1

Візьмемо значення x з проміжку $[0;1)$.

Значення функції для x з проміжку $[0;1)$ дорівнює -1 , тобто графік на цьому проміжку буде представляти собою відрізок прямої $y = -1$.

Далі, розмірковуючи аналогічно, отримуємо графік .

Учні в парах розв'язують завдання, записані на дошці. Після виконання завдання розбираються на дошці.

Побудувати графіки функцій. 1) $y = \{x-2\}$; 2) $y = [x]+3$; 3) $y = \{x\}-1$.

Застосування кусково-лінійних функцій досить різноманітні. Деякі класи текстових завдань вирішуються за допомогою функцій $y = [x]$ і $y = \{x\}$.

Завдання з допомогою вчителя розв'язує на дошці учень.

Приклад 2. Довжина повних метрів у куску кабелю в 5 разів більше довжини неповного метра. Яка максимально можлива довжина кабелю?

Розв'язання. Позначимо довжину кабелю x (м). Тоді складемо

рівняння $5\{x\} = [x]$ або $\{x\} = \frac{[x]}{5}$. Так як $x \in [0;5)$, То $[x] \in [0;5)$, Тому $[x] = 4$.

Тоді $\{x\} = 0,8$. Шукана довжина кабелю 4,8 (м).

Відповідь: 4,8 м.

Підведення підсумків заняття

- Яку тему ми вивчили сьогодні на занятті?
- Що нового ви дізналися на занятті?

Методичні рекомендації. Вивчення функцій «Сігнум x », « Антьє від x », « Дробова частина x » Програмою загальноосвітньої школи не передбачено, ці функції вивчаються лише в класах з поглибленим вивченням математики. Всі вони є «кусово-лінійними», тобто заданими лінійно (у вигляді різних лінійних залежностей) на різних проміжках області визначення. Вивчення кусково-лінійних функцій має слідувати за функцією «модуль числа». Для вивчення

даних функцій підходить аналітико-графічний підхід: від визначення і властивостей до графічних ілюстрацій.

Тема 4. Побудова графіків функцій

Заняття № 12. Графік складеної функції

Мета: навчити учнів застосовувати отримані знання для побудови графіків складеної функції.

Хід заняття:

Актуалізація вивченого раніше матеріалу

Наданому етапі заняття учні згадують матеріал на тему перетворення графіків, для цього підбирається відповідна система завдань. Актуалізація знань проводиться в колективній формі.

Систематизація вивченого матеріалу

Нехай потрібно побудувати графік функції $y = cf(ax - b) + d$. При цьому передбачається, що побудова графіка функції $y = f(x)$ легко здійснити або ж її графік у даній системі координат побудований. Шуканий графік будується з допомоги геометричних перетворень з графіка вихідної функції $y = f(x)$. Кожній парі функцій, в залежності від значень параметрів a, b, c, d відповідає певне геометричне перетворення. Вкажемо цю відповідність в таблиці.

Вивчення даної теми забезпечується знанням попередніх тем. При заповненні таблиці проводиться фронтальне опитування учнів.

Пара функцій	Назва перетворення

$f(x) \rightarrow f(ax)$	a > 0	0 < a < 1	Розтягування від осі ординат в разів		
		a > 1	Стиснення до осі ординат в a раз		
	a < 0	-1 < a < 0 (0 < a < 1)	Симетричне відображення від осі ординат	Розтягування від осі ординат в разів	
		a < -1 (a > 1)		Стиснення до осі ординат в a разів	
$f(ax) \rightarrow f[a(x-b)]$	b > 0		Перенесення уздовж осі абсцис	На b одиниці вправо	
	b < 0			На b одиниці вліво	
$f(ax-b) \rightarrow cf(ax-b)$	c > 0	0 < c < 1	Стиснення до осі абсцис у разів		
		c > 1	розтягнення від осі абсцис в c раз		
	c < 0	-1 < c < 0 (0 < c < 1)	Симетричне відображення від осі абсцис	Стиснення до осі абсцис у разів	
		c < -1 (c > 1)		Розтягування від осі абсцис у c разів	
$cf(ax-b) \rightarrow cf(ax-b)+d$	d > 0		Перенесення вздовж осі ординат	На d одиниць вгору	
	d < 0			На d одиниць вниз	

Закріплення отриманих знань

Застосовується групова форма роботи. Клас ділиться на 3 групи і кожна отримує завдання, після виконання представник від групи проводить детальний розбір завдання на дошці з побудовою графіка функції.

Побудувати графіки функцій.

$$1) y = 5(2x - 7) - 15 ; 2) y = (3x^2 + 8) + 1/2 ; 3) y = (x - 5)^3 + 3 .$$

Постановка домашнього завдання

Побудувати графіки функцій.

$$1/9 x^2 - 1) ;$$

$$1) y = ; 2) y = ; 3) y = 3(.$$

Методичні рекомендації: необхідно навчити передавати графічно якісні особливості функцій, узгодити зоровий образ графіка, його геометричні властивості і формулу.

Заняття № 13. Підсумкова контрольна робота

Мета: оцінити рівень знань учнів, отриманих у процесі вивчення даного елективного курсу.

Хід заняття:

Виконання контрольної роботи

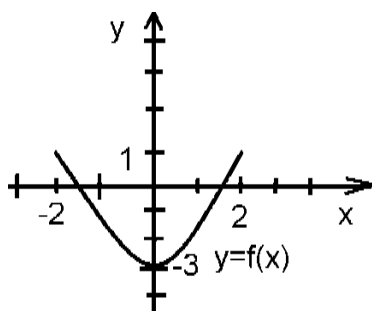
Учитель роздає учням листи із завданнями контрольної роботи. Учні виконують контрольну індивідуально протягом всього заняття.

Підсумкова контрольна робота.

1. Знайдіть область визначення функції.

$$1) y = 7x^2 - 169 ; 2) y = ; 3) y = ; 4) y = \sqrt{\frac{x}{x+1}} ;$$

$$5) y = \frac{x+2}{|x|-4} ; 6) y = \sqrt{|x| - \frac{1}{x}} .$$



1. Заданим графіком функції $y=f(x)$ побудуйте графіки функцій.

1) $y=f(x)+13$; 2) $y=f(x-5)$; 3) $y=4f(x)$;

4) $y=|f(x)|$; 5) $y=2f(3/x-2)+1$.

3. Використовуючи криві $y = x^2$, $y =$, Шляхом графічного

додавання, віднімання і ділення отримаєте криві: $y = x^2 - x + 6$, $y = x^2 - \frac{5}{x}$.

4. Пусть $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = x - 2$. Отримайте формули для функцій.

1) $f(g(x))$; 2) $g(f(x))$; 3) $f(g(f(x)))$.

Побудуйте графік «складеної» функції $y=f(g(x))$.

Методичні рекомендації. У контрольну роботу включаються завдання на застосування всіх теоретичних знань, отриманих в ході вивчення курсу.

Заняття № 14. Конференція

Мета: заслухати реферати, подивитися виставу презентації і підвести підсумки вивчення даного курсу, відповісти на питання учнів.

Хід заняття:

Захист рефератів та представлення презентацій

Учні виступають з підготовленими рефератами та презентаціями за наступними темами: «Історія розвитку поняття функція»; «Функції в нашому житті», «Великі математики та їх внесок у вивчення функцій» (Ейлер, Лейбніц, Бернуллі); «Многочлен Лагранжа»; «Побудова та читання графіків функцій»;

«Розривні функції»; «Графіки многочленів»; «Цікаві задачі про функції, їх рихнення», «Красуні функції та їх графіки: спіраль Архімеда, Лемніска та Бернуллі, гіпоциклоїда, циссоїда» і теми, запропоновані самими учнями.

Троє учнів, які виступили з доповідями «Способи завдання функцій» на другому занятті елективного курсу, проводять тільки захист своїх презентацій. Презентація відображає основні моменти реферату (повіді) і служить наочним поданням його змісту. Презентація повинна містити не менше п'яти слайдів.

Розглянемо, що повинна включати в себе презентація на прикладі теми: «Ейлер і його внесок у вивчення функцій».

1 слайд: життєпис Л. Ейлера: основні моменти біографії математика;

2 слайд: Ейлера та освіта;

3 і 4 слайд: про внесок Ейлера в розвиток математики: (теорія чисел, геометрія, математичний аналіз, внесок у вивчення поняття функція);

5 слайд: основні праці Ейлера;

6 слайд: оточення Ейлера.

Виступи учнів

Клас спочатку поділився на групи, і кожна група підготувала виступ про свої враження, труднощі, що виникли при вивченні курсу, і пропозиції щодо його зміни.

Виступ учителя

Учитель оголошує результати контрольної роботи, підводить підсумки вивчення даного елективного курсу, відповідає на запитання, що викликають певні труднощі. Атестація учнів проводиться шляхом констатації особистих досягнень (портфоліо) з освоєння змісту елективного курсу. У портфоліо кожного з учнів входять роботи, самостійно виконані учнями, і оцінки, які фіксуються на кожному занятті в індивідуальній картці, а саме: усна відповідь на занятті, письмове розв'язування вправ на дошці при вивченні нової теми, виконання домашнього завдання з подальшою задачею на перевірку вчителю,

самооцінки за роботу на занятті, результати письмових робіт, оцінка за реферат (у трьох осіб за доповідь), оцінка за презентацію.

З урахуванням змісту портфоліо і оцінки за контрольну роботу вчитель виставляє підсумкову оцінку з вивчення даного елективного курсу.

Таким чином, розроблений в даній роботі перед профільний елективний курс «Функції, їх властивості та графіки», присвячений одному з центральних понять математики - функціональної залежності, орієнтований на систематизацію і розширення знань учнів, самовизначення учня щодо профілю навчання у старшій школі. Введення поняття функція на заняттях елективного курсу здійснюється індуктивним шляхом з використанням функціональної символіки. Для формування уявлення про однозначності відповідності аргументу і визначеного за нього значення функції розглядаються всі способи завдання функції. Вивчення конкретних функцій проводиться аналітико-графічним шляхом. Для проведення занять використовуються різноманітні форми і методи організації навчання.

ВИСНОВКИ

Тема, розглянута в дипломній роботі, є актуальною, оскільки в даний час у нашій країні йде профілізація навчання старшої ступені загальної освіти. Потрібно вирішити проблеми оптимального змісту, обсягу і глибини вивчення профільних і непрофільних предметів, особливостей вивчення математики по кожному з профілів, створити підручники і методичні посібники по кожному з профілів.

Елективний курс «Функції, їх властивості та графіки», представлений в даній роботі, присвячений одному з основних понять математики - поняття функція, він призначений для вивчення в 9-му класі для передпрофільної підготовки учнів до навчання в рамках природно-математичного профілю, але його також можна частково використовувати для проведення елективних курсів у рамках інших профілів.

Мета, з якою проводилося дослідження, досягнута: були сформульовані вимоги щодо створення елективних курсів, розроблений елективний курс «Функції, їх графіки та властивості» для дев'ятого класу та методичні рекомендації щодо його проведення.

У ході дослідження були розв'язані такі завдання:

- вивчена рекомендована література та проаналізовано досвід розробки елективних курсів;
- розроблений перед профільний елективний курс з теми «Функції, їх властивості та графіки» (9-ий клас);
- розроблені методичні рекомендації з проведення даного елективного курсу.

Елективний курс «Функції, їх властивості та графіки» дозволяє підвищити ефективність вивчення функціональної лінії в основній школі, якщо при його проведенні будуть враховані всі методичні рекомендації, а саме: використаний індуктивний шлях введення поняття "функція"; розглянуті всі способи задання функції, перетворення функції з однієї форми подання в іншу; використано неявне введення арифметичних операцій над функціями; використані аналітико-графічний шлях вивчення функцій і функціональна символіка.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алгебра. 8 клас: Підручник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір; - Х.: Гімназія, 2008.
2. Алгебра. 8 клас: Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Зодіак-ЕКО, ВД "Освіта", 2011.
3. Алгебра. 9 клас: Підручник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір; - Х.: Гімназія, 2009.
4. Алгебра. 9 клас: Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Зодіак-ЕКО, ВД "Освіта", 2009.
5. Алгебра. 9 клас: Підручник / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. - Т.: Підручники і посібники, 2009.
6. Гельфанд, І. М., Шноль, Е. З. Функції і графіки / І. М. Гельфанд. - М.: Наука, 1973. - 120 с.
7. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підручник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір; - Х.: Гімназія, 2010.
8. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: Підручник / Є. П. Нелін. - Х.: Гімназія, 2010.

9. Зеель, Е. О. Елементарні функції / Е. О. Зеель. - Архангельськ: ПГУ, 2005. - 180 с.
10. Канін, Є. С. Початок у вивченні функцій. // Перше вересня, серія Математика. - 2005. - № 5. - С. 19-24.
11. Колмогоров, А. М. Що таке графік функції? / А. Н. Колмогоров // Квант. - 1970. - № 2. - С. 36-38.
12. Колмогоров, А. М. Що таке функція? / А. Н. Колмогоров // Математика в школі. - 1993. - № 9. - С. 27-28.
13. Крутіхін, М. В. Курси за вибором / навчально-методичні рекомендації / М. В. Крутіхін, З. В. Шилова. - К.: вид-во ВятГГУ, 2006. - 40 с.
14. Кузнецов, О. А. Профільне навчання та навчальні плани / А. А. Кузнецов / Стандарти і моніторинг в освіті. - 2003. - № 3. - С. 13-15.
15. Кузнецова, Л. В. Методичні вказівки до теми «Функції» / Л. В. Кузнецова // Математика в школі. - 2002. - № 3. - С. 18-20.
16. Кузьмін, М. К. Побудова графіка функції $y = cf(ax - b) + d$ / М. К. Кузьмін // Математика в школі. - 2003. - № 5. - С. 61-62.
17. Левітас, Г. Є. Використання графіків / Г. Є. Левітас // Квант. - 1982. - № 9. - С. 9-13.
18. Перевалів, Г. Є. Завдання для побудови графіків / Г. Є. Перевалов // Математика в школі. - 1991. - № 2. - С. 23-24.
19. Петраков, І. С. Математичні гуртки в 8-10 кл. / І. С. Петраков. - М.: Просвещение, 1987. - 135 с.
20. Плетньова, О. К. Передпрофільна підготовка учнів 9 класів з математики: загальні положення, структура портфоліо, програми курсів, сценарії занять / О. К. Плетньова. - М., 2006. - 94 с.
21. Пушкіна, Г. М. Графічна феєрія: програма елективного курсу для учнів 9 кл. / Г. М. Пушкіна. - СПб., 2005. - 118 с.
22. Райхміст, Р. Б. Графіки функцій / Р. Б. Райхміст. - М.: Вища школа, 1991. - 153 с.
23. Студенецька, В. Н., Сагателова, Л. С. Математика. 8-9 класи: збірник

елективних курсів / В. М. Студенецька, Л. С. Сагателова. - Волгоград, 2007. - 205 с.

24. Шилов, Г. Є. Як будувати графіки? / Г. Є. Шилов. - М. Наука, 1979. - 98 с.

25. Шоластер, М. М. Про побудову графіків складених функцій / М. М. Шоластер // Математика в школі. - 1980. - № 5. - С. 23-25.